

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ЛУГАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИМЕНИ ВЛАДИМИРА ДАЛЯ»

Краснодонский факультет инженерии и менеджмента (филиал)
Кафедра государственного управления и техносферной безопасности



УТВЕРЖДАЮ:

Директор

Панайотов К.К.

(подпись)

«14» марта 2025 года

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

по учебной дисциплине

Прикладная математика

(наименование учебной дисциплины, практики)

23.04.03 Эксплуатация транспортно-технологических машин и

комплексов

(код и наименование направления подготовки (специальности))

«Эксплуатация автомобильных транспортных средств»

наименование профиля подготовки (специальности, магистерской программы); при отсутствии ставится прочерк)

Разработчик(разработчики):

ст. преподаватель

(подпись)

Иванова Т.И.

ФОС рассмотрен и одобрен на заседании кафедры государственного управления и техносферной безопасности от «13» февраля 2025 г., протокол № 7

Заведующий кафедрой
государственного
управления и техносферной
безопасности

(подпись)

Черная А.М.

Краснодон 2025

**Комплект оценочных материалов по дисциплине
«Прикладная математика»**

Задания закрытого типа

Задания закрытого типа на выбор правильного ответа

Выберите один правильный ответ

1. Выберите один правильный ответ

Найти показатель роста s_0 функции $f(t) = t^2$, используя определение $s_0 = \inf s, s > 0, \lim_{t \rightarrow \infty} |f(t)|e^{-st} < M, M < \infty$:

А) -2 .

Б) 0 .

В) -5 .

Г) 3 .

Правильный ответ: Б

Компетенции (индикаторы): ОПК-4 (ОПК-4.1)

2. Выберите один правильный ответ

Вычислить интеграл Лапласа $F(p) = \int_0^{\infty} e^{-pt} f(t) dt$ для функции Хэвисайда:

$$\eta(t) = \begin{cases} 1, & t > 0 \\ 0, & t < 0 \end{cases}$$

А) $\frac{p-1}{p^2}$.

Б) e^p .

В) $\frac{1}{p}$.

Г) $\frac{1}{p+1}$.

Правильный ответ: В

Компетенции (индикаторы): ОПК-4 (ОПК-4.1)

3. Выберите один правильный ответ

По определению и, используя линейность, найти изображение функции

$$\sin t = \frac{1}{2i} (e^{it} - e^{-it}):$$

А) $\frac{1}{p^2}$.

Б) $\frac{1}{p^2+1}$.

В) $\frac{p}{p^2+1}$.

Г) $\frac{1}{p-1}$.

Правильный ответ: Б

Компетенции (индикаторы): ОПК-4 (ОПК-4.1)

4. Выберите один правильный ответ

Используя теорему подобия: если $f(t) \rightarrow F(p)$ и $\alpha > 0$, тогда

$f(\alpha t) \rightarrow \frac{1}{\alpha} F\left(\frac{p}{\alpha}\right)$, найти изображение функции $\cos^2 \alpha t = \frac{1+\cos 2\alpha t}{2}$:

А) $\frac{p^2}{p(p^2+4\alpha^2)}$.

Б) $\frac{p+2\alpha^2}{(p^2+4\alpha^2)}$.

В) $\frac{p^2+2\alpha^2}{p(p^2+4\alpha^2)}$.

Г) $\frac{2}{p(p^2+4\alpha^2)}$.

Правильный ответ: В

Компетенции (индикаторы): ОПК-4 (ОПК-4.1)

Задания закрытого типа на установление соответствия

Установите правильное соответствие.

Каждому элементу левого столбца соответствует только один элемент правого столбца.

1. Установите правильное соответствие. Каждому элементу левого столбца соответствует только один элемент правого столбца.

Функция-оригинал		Порядок роста	
1)	$\eta(t)$	А)	$\ln 2$.
2)	$t2^t$	Б)	3.
3)	$\sin t e^t$	В)	0.
4)	$(t^2 + 1)e^{3t}$	Г)	1.

Правильный ответ: 1В, 2А, 3Г, 4Б.

Компетенции (индикаторы): ОПК-4 (ОПК-4.1)

2. Установите правильное соответствие. Каждому элементу левого столбца соответствует только один элемент правого столбца.

Функция-оригинал		Изображение по Лапласу	
1)	$e^{\alpha t}$	А)	$\frac{10}{p^2+25}$.
2)	t^n	Б)	$\frac{1}{p-\alpha}, \operatorname{Re} p > \operatorname{Re} \alpha$.
3)	$\operatorname{ch} t = \frac{1}{2}(e^t + e^{-t})$	В)	$\frac{n!}{p^{n+1}}$.
4)	$2 \sin 5 t$	Г)	$\frac{p}{p^2-1}$.

Правильный ответ: 1Б, 2В, 3Г, 4А

Компетенции (индикаторы): ОПК-1

3. Установите правильное соответствие. Каждому элементу левого столбца соответствует только один элемент правого столбца.

Производная $f'(t)$ функции-оригинала		Изображение $f'(t)$ по Лапласу
1)	$(e^{-t} \cos 3t)'$	А)
2)	$(t^2)'$	Б)
3)	$(\sin t)'$	В)
4)	$(e^{2t})'$	Г)

$$p \frac{\frac{p}{p^2+1}}{(p+1)^2+9} - 1.$$

$$\frac{2}{p-2}.$$

$$\frac{2}{p^2}.$$

Правильный ответ: 1Б, 2Г, 3А, 4В

Компетенции (индикаторы): ОПК-4 (ОПК-4.1)

4. Установите правильное соответствие. Каждому элементу левого столбца соответствует только один элемент правого столбца.

Функция-оригинал		Изображение по Лапласу по формуле дифференцирования изображения
1)	$t^2 \cos a t$	А)
2)	$t^2 \sin a t$	Б)
3)	$t \cos a t \cdot \text{chat}$	В)
4)	$t e^{-\frac{t}{2}}$	Г)

$$\frac{p^2(p^4-12a^2)}{(p^4+4a^4)^2}.$$

$$\frac{4}{(2p+1)^2}.$$

$$\frac{2a(3p^2-a^2)}{(p^2+a^2)^3}.$$

$$\frac{2p(p^2-3a^2)}{(p^2+a^2)^3}.$$

Правильный ответ: 1Г, 2В, 3А, 4Б

Компетенции (индикаторы): ОПК-4 (ОПК-4.1)

Задания закрытого типа на установление правильной последовательности

Установите правильную последовательность.

Запишите правильную последовательность букв слева направо.

1. Расположите функции-оригиналы по возрастанию параметра s_0 (параметра роста):

А) $\frac{1}{2} e^t \sin 2 t.$

Б) $t^5 5^t.$

В) $\sin 3 t \cos 7 t.$

Г) $t^3 e^{2t+1}.$

Правильный ответ: В, А, Б, Г

Компетенции (индикаторы): ОПК-4 (ОПК-4.1)

2. Расположите изображения по Лапласу $F(p)$ в порядке возрастания числа их полюсов:

А) $\frac{p}{(p^2+1)^2}$.

Б) $\frac{p}{p^2+1}$.

В) $\frac{1}{p-1}$.

Г) $2 \cos 3t \sin(t+1)$.

Правильный ответ: Г, В, Б, А

Компетенции (индикаторы): ОПК-4 (ОПК-4.1)

3. Расположите значения функции-оригинала $x(t)$ на множестве $t \in \{\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}, \pi, \frac{3}{2}\pi\}$ в порядке их убывания, если $x(t)$ является решением уравнения:

$$x''' + x' = t, x(0) = 0, x'(0) = -1, x''(0) = 0$$

А) $x\left(\frac{\pi}{4}\right)$.

Б) $x\left(\frac{\pi}{2}\right)$.

В) $x(\pi)$.

Г) $x\left(\frac{3}{2}\pi\right)$.

Правильный ответ: Г, В, А, Б

Компетенции (индикаторы): ОПК-4 (ОПК-4.1)

4. Расположите функции-оригиналы в порядке возрастания числа действительных полюсов их изображений по Лапласу:

А). $\eta(t)$.

Б). $t^2 \sin at$.

В) $e^t - t - 1$.

Г) $\sin 3t \cos 7t$.

Правильный ответ: Г, А, Б, В

Компетенции (индикаторы): ОПК-4 (ОПК-4.1)

Задания открытого типа

Задания открытого типа на дополнение

1. Напишите пропущенное слово (словосочетание).

_____ функции-оригинала $f(t)$ называют функцию комплексного переменного $p = s + i\sigma$, определенную интегралом Лапласа $F(p) = \int_0^\infty e^{-pt} f(t) dt$.

Правильный ответ: Изображением.

Компетенции (индикаторы): ОПК-4 (ОПК-4.1)

2. Напишите пропущенное слово (словосочетание).

_____ $f(t)$ изображение $F(p)$ определено на полуплоскости $\operatorname{Re} p > S_0$, где S_0 – показатель роста $f(t)$, и является в этой полуплоскости аналитической функцией.

Правильный ответ: Для любого оригинала.

Компетенции (индикаторы): ОПК-4 (ОПК-4.1)

3. Напишите пропущенное слово (словосочетание).

_____ изображения $F(p)$ отвечает действие умножения на $(-t)$ функции-оригинала $f(t)$.

Правильный ответ: Дифференцированию.

Компетенции (индикаторы): ОПК-4 (ОПК-4.1)

4. Напишите пропущенное слово (словосочетание).

Интеграл $\int_0^\infty \varphi(t - \tau) f(t) d\tau$ от непрерывных функций $\varphi(t)$ и $f(t)$, $0 \leq t < \infty$ (обозначение $\varphi * f$) называют _____.

Правильный ответ: Сверткой

Компетенции (индикаторы): ОПК-4 (ОПК-4.1)

Задания открытого типа с кратким свободным ответом

1. Найти промежуток сдвига вправо функции-оригинала $\eta(t)$ при умножении её преобразования Лапласа $\frac{1}{p}$ на e^{-3p} (Ответ запишите в виде интервала)

Правильный ответ: $[0, 3]$.

Компетенции (индикаторы): ОПК-4 (ОПК-4.1)

2. Найти значение функции-оригинала $f(t)$ в точке $t = \pi$, если её преобразование Лапласа $F(p)$ имеет вид $\frac{p^2+2}{p(p^2+4)}$ (Ответ запишите в виде числа)

Правильный ответ: 1.

Компетенции (индикаторы): ОПК-4 (ОПК-4.1)

3. Найти наибольшее значение функции-оригинала $f(t)$ на отрезке $[0; \pi]$ при известном преобразовании $\frac{1}{p^2+1}$ (Ответ запишите в виде числа)

Правильный ответ: 1.

Компетенции (индикаторы): ОПК-4 (ОПК-4.1)

4. Найти сумму наибольшего и наименьшего значений функции-оригинала $f(t)$ на отрезке $[0; \ln 2]$, если $F[f(t)] = \frac{1}{p-1}$ (Ответ запишите в виде числа)

Правильный ответ: 3.

Компетенции (индикаторы): ОПК-4 (ОПК-4.1)

Задания открытого типа с развернутым ответом

1. Решить задачу, используя методы операционного исчисления:

Найти оригинал $f(t)$, если

$$F(p) = \frac{p+2}{(p+1)(p-2)(p^2+4)}.$$

Привести расширенное решение.

Время выполнения – 30 мин.

Ожидаемый результат:

1. Учитывая, что функция $F(p) = \frac{F_1(p)}{F_2(p)}$ мероморфная, найдем её полюса, которые совпадают с нулями знаменателя

$$\begin{aligned} F_2(p) = 0 &\Rightarrow (p+1)(p-2)(p^2+4) = 0 \\ &\Rightarrow p_1 = -1, p_2 = 2, p_3 = 2i, p_4 = -2i \end{aligned}$$

2. Все полюса простые, поэтому, в духе формулы второй теоремы обращения, предварительно вычислим $F_2'(p)$:

$$\begin{aligned} F_2(p) &= (p^2 - p - 2)(p^4 + 4) = p^4 - p^3 + 2p^2 - 4p - 8 \\ &\Rightarrow F_2'(p) = 4p^3 - 3p^2 + 4p - 4. \end{aligned}$$

3. Находим оригинал по формуле второй теоремы обращения:

$$\begin{aligned} f(t) &= \sum_{k=1}^4 \frac{p_k + 2}{4p_k^3 - 3p_k^2 + 4p_k - 4} e^{p_k t} = \\ &= -\frac{1}{15} e^{-t} + \frac{4}{32 - 12 + 8 - 4} e^{2t} + \\ &+ \frac{2i + 2}{4 \cdot 8i^3 - 3 \cdot 4i^2 + 4 \cdot 2i - 4} e^{2it} + \frac{-2i + 2}{-32i^3 - 12i^2 - 8i - 4} e^{-2it} = \\ &= -\frac{1}{15} e^{-t} + \frac{1}{6} e^{2t} + \frac{-1 + 2i}{20} e^{2it} + \frac{-1 - 2i}{20} e^{-2it} = \\ &= -\frac{1}{15} e^{-t} + \frac{1}{6} e^{2t} - \frac{1}{10} \left(\frac{1}{2} (e^{2it} + e^{-2it}) \right) + \frac{2i}{20} \cdot \frac{2i}{2i} (e^{2it} - e^{-2it}) = \\ &= -\frac{1}{15} e^{-t} + \frac{1}{6} e^{2t} - \frac{1}{10} \cos 2t - \frac{1}{5} \sin 2t, \end{aligned}$$

поскольку $\cos t = \frac{1}{2}(e^{it} + e^{-it})$, $\sin t = \frac{1}{2i}(e^{it} - e^{-it})$.

Ответ: $f(t) = -\frac{1}{15} e^{-t} + \frac{1}{6} e^{2t} - \frac{1}{10} \cos 2t - \frac{1}{5} \sin 2t$.

Критерии оценивания:

- нахождение полюсов мероморфной функции $F(p) = \frac{F_1(p)}{F_2(p)}$;
- вычисление $F_2'(p)$ в рамках использования второй теоремы обращения;
- нахождение оригинала по формуле $f(t) = \sum_{k=1}^n \frac{F_1(p_k)}{F_2'(p_k)} e^{p_k t}$.

Компетенции (индикаторы): ОПК-4 (ОПК-4.1)

2. Решить задачу, используя методы операционного исчисления:

С помощью формулы Дюамеля решить уравнение с заданными начальными условиями:

$$\begin{aligned}x'' - 4x &= t - 1 \\x(0) &= x'(0) = 0\end{aligned}$$

Привести расширенное решение.

Время выполнения – 30 мин.

Ожидаемый результат:

1. Рассмотрим вспомогательную задачу Коши:

$$\begin{aligned}x_1'' - 4x_1 &= 1 \\x_1(0) &= x_1'(0) = 0.\end{aligned}$$

2. Пусть $x_1(t) \rightarrow X_1(p)$, $x_1''(t) \rightarrow p^2 X_1(p)$, $1 \rightarrow \frac{1}{p}$.

Тогда операторное уравнение будет иметь вид

$$X_1(p)(p^2 - 4) = \frac{1}{p} \Rightarrow X_1(p) = \frac{1}{p(p^2 - 4)}.$$

3. Переходя к оригиналам, находим

$$X_1(p) = \frac{1}{p(p^2 - 4)} = \frac{1}{4} \left(\frac{p}{p^2 - 4} - \frac{1}{p} \right) \rightarrow \frac{1}{4} (ch2t - 1).$$

Таким образом, $x_1(t) = \frac{1}{4} (ch2t - 1)$.

4. Далее, используя формулу Дюамеля, получим

$$\begin{aligned}x(t) &= \int_0^t (\tau - 1) \frac{1}{4} 2sh2(t - \tau) d\tau = - \int_0^t (\tau - 1) \frac{1}{4} d(ch(2(t - \tau))) = \\&= -(\tau - 1) \frac{1}{4} ch2(t - \tau) \Big|_0^t + \int_0^t \frac{1}{4} ch(2(t - \tau)) d(\tau - 1) = \\&= \frac{1}{8} (sh2(t - \tau) - 2(\tau - 1)ch2(t - \tau)) \Big|_0^t = \frac{1}{8} (sh2t - 2ch2t - 2t + 2).\end{aligned}$$

Ответ: $x(t) = \frac{1}{8} (sh2t - 2ch2t - 2t + 2)$.

Критерии оценивания:

- построение вспомогательной задачи Коши;
- построение операторного уравнения;
- нахождение функции-оригинала вспомогательной задачи Коши;
- нахождение решения основной задачи с помощью формулы Дюамеля.

Компетенции (индикаторы): ОПК-4 (ОПК-4.1)

Экспертное заключение

Представленный фонд оценочных средств (далее – ФОС) по дисциплине «Прикладная математика» соответствует требованиям ФГОС ВО.

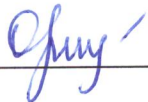
Предлагаемые формы и средства текущего и промежуточного контроля адекватны целям и задачам реализации основной профессиональной образовательной программы по направлению подготовки Эксплуатация транспортно-технологических машин и комплексов.

Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины представлены в полном объеме.

Виды оценочных средств, включенные в представленный фонд, отвечают основным принципам формирования ФОС.

Разработанный и представленный для экспертизы фонд оценочных средств рекомендуется к использованию в процессе подготовки обучающихся по указанному направлению 23.04.03 Эксплуатация транспортно-технологических машин и комплексов.

Председатель учебно-методической
комиссии Краснодонского факультета
инженерии и менеджмента (филиала)

 Родионова О.Ю.

Лист изменений и дополнений

№ п/п	Виды дополнений и изменений	Дата и номер протокола заседания кафедры (кафедры), на котором были рассмотрены и одобрены изменения и дополнения	Подпись (с расшифровкой) заведующего кафедрой (заведующих кафедрами)