

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ЛУГАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИМЕНИ ВЛАДИМИРА ДАЛЯ»

Краснодонский факультет инженерии и менеджмента (филиал)
Кафедра государственного управления и техносферной безопасности



УТВЕРЖДАЮ:
Директор
Панайотов К.К.

«14» марта 2025 года

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ
по учебной дисциплине
Высшая математика

наименование учебной дисциплины, практики)

20.03.01 Техносферная безопасность

(код и наименование направления подготовки (специальности))

«Защита в чрезвычайных ситуациях»

наименование профиля подготовки (специальности, магистерской программы); при отсутствии ставится прочерк)

Разработчик(разработчики):
старший преподаватель

Иванова Т.И.

(подпись)

ФОС рассмотрен и одобрен на заседании кафедры государственного управления и техносферной безопасности от «13» февраля 2025 г., протокол № 7

Заведующий кафедрой
государственного
управления и техносферной
безопасности

Черная А.М.

(подпись)

Краснодон 2025

**Комплект оценочных материалов по дисциплине
«Высшая математика»**

Задания закрытого типа

Задания закрытого типа на выбор правильного ответа

Выберите один правильный ответ.

1. Вычислить определитель:

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{vmatrix}$$

А) -2

Б) 0

В) -5

Г) 3

Правильный ответ: А

Компетенции (индикаторы): УК-1 (УК-1.2, УК-1.3)

2. Вычислить скалярное произведение $\vec{a} \cdot \vec{b}$ векторов:

$$\vec{a}(1; 2; 3); \vec{b}(-1; 0; 0)$$

А) 3

Б) 0

В) -1

Г) ± 3

Правильный ответ: В

Компетенции (индикаторы): УК-1 (УК-1.2, УК-1.3)

3. Вычислить производную функции в точке $x = 0$:

$$y(x) = \sqrt{1 + x^2}$$

А) -23

Б) 0

В) -5

Г) 3

Правильный ответ: Б

Компетенции (индикаторы): УК-1 (УК-1.1, УК-1.2)

4. Вычислить предел функции:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$$

А) -1

Б) 0

В) π

Г) e

Правильный ответ: Г

Компетенции (индикаторы): УК-1 (УК-1.2)

5. Неопределенный интеграл $\int x^3 dx$ равен:

А) $\frac{x^2}{2} + C$

Б) $3x^3 + C$

В) $\frac{x^3}{3} + C$

Г) $\frac{x^4}{4} + C$

Правильный ответ: Г

Компетенции (индикаторы): УК-1 (УК-1.1, УК-1.2)

6. Неопределенный интеграл $\int 2^x dx$ равен:

А) $2^x \cdot \ln 2 + C$

Б) $\frac{x^3}{3} + C$

В) $\frac{2^x}{\ln 2} + C$

Г) $x \cdot 2^x + C$

Правильный ответ: В

Компетенции (индикаторы): УК-1 (УК-1.1, УК-1.3)

7. Неопределенный интеграл $\int \frac{dx}{a^2+x^2}$ равен:

А) $\frac{1}{a} \cdot \arctg \frac{a}{x} + C$

Б) $\frac{a}{a^2+x^2} + C$

В) $\frac{1}{a} \cdot \arctg \frac{x}{a} + C$

Г) $\frac{1}{a} \cdot tg \frac{x}{a} + C$

Правильный ответ: В

Компетенции (индикаторы): УК-1 (УК-1.1, УК-1.3)

8. Неопределенный интеграл $\int \frac{dx}{\sqrt{a^2-x^2}}$ равен:

А) $\arcsin \frac{x}{a} + C$

Б) $\arccos \frac{a}{x} + C$

В) $-\frac{1}{\sqrt{a^2+x^2}} + C$

Г) $\arcsin \frac{a}{x} + C$

Правильный ответ: А

Компетенции (индикаторы): УК-1 (УК-1.1, УК-1.3)

9. Какой из указанных признаков НЕ применим для исследования на сходимость неотрицательных рядов?

А) интегральный признак

Б) признак Коши

В) признак Даламбера

Г) признак Лейбница

Правильный ответ: Г

Компетенции (индикаторы): УК-1 (УК-1.2, УК-1.3)

10. Какой из указанных признаков применяется для исследования на сходимость знакопеременных рядов?

А) интегральный признак

Б) признак Коши

В) признак Даламбера

Г) признак Лейбница

Правильный ответ: Г

Компетенции (индикаторы): УК-1 (УК-1.2, УК-1.3)

11. Какой из рядов является сходящимся?

А) $1 + \frac{4}{3} + \frac{16}{9} + \dots + \left(\frac{4}{3}\right)^{n-1} + \dots$

Б) $1 - \frac{2}{3} + \frac{4}{9} + \dots + \left(-\frac{2}{3}\right)^{n-1} + \dots$

В) $1 - 1 + 1 - 1 + \dots + (-1)^{n-1} + \dots$

Г) $\frac{10}{1001} + \frac{20}{2002} + \dots + \frac{10n}{1000n+1} + \dots$

Правильный ответ: Б

Компетенции (индикаторы): УК-1 (УК-1.1, УК-1.3)

12. Если радиус сходимости для степенного ряда $R > 0$, то этот ряд сходится на интервале:

А) $(0; R)$

Б) $(-R; R)$

В) $(0; \infty)$

Г) $(-R; 0)$

Правильный ответ: Б

Компетенции (индикаторы): УК-1 (УК-1.1, УК-1.3)

13. Если ряд из абсолютных величин знакопеременного ряда сходится, то знакопеременный ряд:

А) сходится условно

Б) может как сходиться условно, так и расходиться

В) сходится абсолютно

Г) расходится

Правильный ответ: В

Компетенции (индикаторы): УК-1 (УК-1.1, УК-1.2)

Задания закрытого типа на установление соответствия

Установите правильное соответствие.

Каждому элементу левого столбца соответствует только один элемент правого столбца.

1. Установите правильное соответствие. Каждому элементу левого столбца соответствует только один элемент правого столбца.

	Определитель		Значение определителя
1)	$\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{vmatrix}$	А)	1
2)	$\begin{vmatrix} 3 & 4 \\ 1 & 2 \end{vmatrix}$	Б)	-2
3)	$\begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix}$	В)	0
4)	$\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{vmatrix}$	Г)	2

Правильный ответ: 1Б, 2Г, 3А, 4В

Компетенции (индикаторы): УК-1 (УК-1.1, УК-1.2)

2. Установите правильное соответствие. Каждому элементу левого столбца соответствует только один элемент правого столбца.

	Матрица		Ранг матрицы
1)	$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$	А)	2
2)	$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}$	Б)	1
3)	$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$	В)	3
4)	$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$	Г)	0

Правильный ответ: 1Б, 2А, 3В, 4Г

Компетенции (индикаторы): УК-1 (УК-1.1, УК-1.2)

3. Установите правильное соответствие. Каждому элементу левого столбца соответствует только один элемент правого столбца.

$y(x)$

$y'(x)$

1)	$\sin(x^2)$	А)	$-\frac{1}{x^2}$
2)	$\frac{1}{x}$	Б)	$\frac{x^2}{\sqrt{1+x^2}}$
3)	$\sqrt{1+x^2}$	В)	0
4)	e^π	Г)	$2 \cdot x \cdot \cos(x^2)$

Правильный ответ: 1Г, 2А, 3Б, 4В

Компетенции (индикаторы): УК-1 (УК-1.2, УК-1.3)

4. Установите правильное соответствие. Каждому элементу левого столбца соответствует только один элемент правого столбца.

	Векторы		$ \vec{a} \times \vec{b} $
1)	$\vec{a}(1; 2; 3); \vec{b}(-1; 0; 0)$	А)	1
2)	$\vec{a}(1; 2; 3); \vec{b}(1; 2; 3)$	Б)	$\sqrt{2}$
3)	$\vec{a}(1; 0; 0); \vec{b}(0; 1; 0)$	В)	0
4)	$\vec{a}(1; 0; 1); \vec{b}(0; 1; 0)$	Г)	$\sqrt{13}$

Правильный ответ: 1Г, 2В, 3А, 4Б

Компетенции (индикаторы): УК-1 (УК-1.1, УК-1.3)

5. Установите правильное соответствие. Каждому элементу левого столбца соответствует только один элемент правого столбца.

	Неопределенный интеграл		Значение
1)	$\int \frac{dx}{\cos^2 x}$	А)	$\frac{(x-1)^2}{2} + C$
2)	$\int \frac{e^x}{2} dx$	Б)	$\frac{1}{2} \cdot \sin 2x + C$
3)	$\int \cos 2x dx$	В)	$\frac{e^x}{2} + C$
4)	$\int (x-1) dx$	Г)	$\operatorname{tg} x + C$

Правильный ответ: 1Г, 2В, 3Б, 4А

Компетенции (индикаторы): УК-1 (УК-1.1, УК-1.2, УК-1.3)

6. Установите правильное соответствие. Каждому элементу левого столбца соответствует только один элемент правого столбца.

	Дифференциальное уравнение		Порядок дифференциального уравнения
1)	$1 - y' = x^2 y$	А)	4

2)	$\frac{d^2y}{dx^2} = x^2 + y^2$	Б)	3
----	---------------------------------	----	---

3)	$y' + y'' + y''' = 0$	В)	1
----	-----------------------	----	---

4)	$\frac{dy}{dx} + x \frac{d^4y}{dx^4} = x + y$	Г)	2
----	---	----	---

Правильный ответ: 1В, 2Г, 3Б, 4А

Компетенции (индикаторы): УК-1 (УК-1.2, УК-1.3)

7. Установите правильное соответствие. Каждому элементу левого столбца соответствует только один элемент правого столбца.

	$z(x, y)$		$z'_x(x, y)$
1)	$x^2 + y^2$	А)	0
2)	$\frac{x}{y}$	Б)	$\frac{1}{y}$
3)	e^{xy}	В)	$2x$
4)	$e^{\pi y}$	Г)	$y \cdot e^{xy}$

Правильный ответ: 1В, 2Б, 3Г, 4А

Компетенции (индикаторы): УК-1 (УК-1.1, УК-1.2)

8. Установите правильное соответствие. Каждому элементу левого столбца соответствует только один элемент правого столбца.

Дифференциальное уравнение	Тип дифференциального уравнения
1) $y'' + y = 0$	А) <i>Линейное неоднородное</i>
2) $y'' + y' + y = 1$	Б) <i>Линейное однородное</i>
3) $y' + 2y = y^2x$	В) <i>Бернулли</i>
4) $y' = x^2$	Г) <i>С разделяющимися переменными</i>

Правильный ответ: 1Б, 2А, 3В, 4Г

Компетенции (индикаторы): УК-1 (УК-1.1)

9. Установите правильное соответствие. Каждому элементу левого столбца соответствует только один элемент правого столбца.

1)	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$	А)	<i>степенной ряд</i>
----	-----------------------------------	----	----------------------

- 2) $\sum_0^{\infty} \frac{x^n}{n!}$ Б) гармонический ряд
- 3) $\sum_1^{\infty} (\sin nx + \cos nx)$ В) тригонометрический ряд
- 4) $\sum_1^{\infty} \frac{(-1)^n}{n}$ Г) знакочередующийся ряд

Правильный ответ: 1Б, 2А, 3В, 4Г

Компетенции (индикаторы): УК-1 (УК-1.1)

10. Установите правильное соответствие. Каждому элементу левого столбца соответствует только один элемент правого столбца.

Функция	Разложение в ряд Маклорена
1) e^x	А) $1 + x + x^2 + \dots + x^n + \dots$
2) $\cos x$	Б) $\frac{x}{1!} - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} + \dots + \frac{(-1)^{n+1}x^{2n-1}}{(2n-1)!} + \dots$
3) $\sin x$	В) $1 + \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2!} + \dots + \frac{x^n}{n!} + \dots$
4) $\frac{1}{1-x}$	Г) $1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} + \dots + \frac{(-1)^n x^{2n}}{(2n)!} + \dots$

Правильный ответ: 1В, 2Г, 3Б, 4А

Компетенции (индикаторы): УК-1 (УК-1.1, УК-1.2)

11. Установите правильное соответствие. Каждому элементу левого столбца соответствует только один элемент правого столбца.

1) $\iint_D dx dy$ $D: \{0 \leq x \leq 1; 0 \leq y \leq 1;\}$	А) $\frac{\pi}{2} - 1$
2) $\iint_D dx dy$ $D: \{0 \leq x \leq 1; 0 \leq y \leq 0;\}$	Б) 0
3) $\iint_D dx dy$ $D: \{x = 1; y = 0; y = x;\}$	В) 1

4) $\iint_D dx dy$ Г) $\frac{1}{2}$

$D: \{0 \leq x \leq 1; y = \arcsin x\}$

Правильный ответ: 1Б, 2Б, 3Г, 4А

Компетенции (индикаторы): УК-1 (УК-1.2, УК-1.3)

12. Установите правильное соответствие. Каждому элементу левого столбца соответствует только один элемент правого столбца.

1) $\iiint_V dx dy dz$ А) $\frac{2}{3}\pi R^3$

$V: \{0 \leq x \leq 1; 0 \leq y \leq 1; 0 \leq z \leq 1\}$

2) $\iiint_V dx dy dz$ Б) 1

$V: \left\{ \begin{array}{l} -R \leq x \leq R; \\ -\sqrt{R^2 - x^2} \leq y \leq \sqrt{R^2 - x^2}; \\ 0 \leq z \leq \sqrt{R^2 - x^2 - y^2} \end{array} \right\}$

3) $\iiint_V dx dy dz$ В) $\frac{1}{6}$

$V: \{0 \leq z \leq 1; x^2 + y^2 = 1\}$

4) $\iiint_V dx dy dz$ Г) $2\pi R^2$

$V: \{-1 \leq z \leq 1; x^2 + y^2 = R^2\}$

Правильный ответ: 1Б, 2А, 3В, 4Г

Компетенции (индикаторы): УК-1 (УК-1.2, УК-1.3)

Задания закрытого типа на установление правильной последовательности

Установите правильную последовательность.

Запишите правильную последовательность букв слева направо.

1. Расположите определители в порядке возрастания:

А) $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{vmatrix}$

$$\begin{aligned} \text{Б)} & \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \\ \text{В)} & \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \\ \text{Г)} & \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 3 \end{vmatrix} \end{aligned}$$

Правильный ответ: В, А, Б, Г

Компетенции (индикаторы): УК-1 (УК-1.1, УК-1.2)

2. Расположите векторы в порядке возрастания их длины:

А) $(10; 0; 0)$

Б) $(1; 1; 1)$

В) $(3; 4)$

Г) $(1; 0; 0)$

Правильный ответ: Г, В, Б, А

Компетенции (индикаторы): УК-1 (УК-1.1, УК-1.2)

3. Расположите пределы в порядке убывания их значений:

А) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 - 4}{x^2 - x - 2}$

Б) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x}$

В) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+1}{x} \right)^x$

Г) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^5 + x + 1}{10x^4 - x - 2}$

Правильный ответ: Г, В, А, Б

Компетенции (индикаторы): УК-1 (УК-1.1, УК-1.2, УК-1.3)

4. Расположите объемы параллелепипедов, построенных на векторах $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$, в порядке возрастания:

А) $\vec{a}(1 \ 0 \ 0), \vec{b}(0 \ 1 \ 0), \vec{c}(0 \ 0 \ 1)$

Б) $\vec{a}(1 \ 0 \ 0), \vec{b}(3 \ 0 \ 4), \vec{c}(0 \ 6 \ 8)$

В) $\vec{a}(1 \ 0 \ 0), \vec{b}(0 \ 3 \ 4), \vec{c}(6 \ 8 \ 0)$

Г) $\vec{a}(1 \ 0 \ 1), \vec{b}(10 \ 0 \ 1), \vec{c}(-10 \ 0 \ 1)$

Правильный ответ: Г, А, Б, В

Компетенции (индикаторы): УК-1 (УК-1.1, УК-1.2, УК-1.3)

5. Расположите определенные интегралы в порядке возрастания:

А) $\int_0^1 x^2 dx$

Б) $\int_0^1 \frac{4}{1+x^2} dx$

В) $\int_0^1 dx$

Г) $\int_0^1 3e^x dx$

Правильный ответ: А, В, Б, Г

Компетенции (индикаторы): УК-1 (УК-1.1, УК-1.2, УК-1.3)

6. Расположите дифференциальные уравнения в порядке возрастания их порядка:

А) $\frac{dy}{dx} = x$

Б) $\frac{d^2y}{dx^2} + \frac{d^5y}{dx^5} = \frac{dy}{dx}$

В) $y'' + y' = 0$

Г) $xy''' - y' = y^5$

Правильный ответ: А, В, Г, Б

Компетенции (индикаторы): УК-1 (УК-1.1, УК-1.2)

7. Расположите $z(x_0 = 1; y_0 = 1)$ в порядке возрастания их значений:

А) $z(x; y) = 2x + 3y^2$

Б) $z(x; y) = \ln(xy) + 2$

В) $z(x; y) = \ln x + \ln y + 1$

Г) $z(x; y) = y \cdot \sin(\pi x)$

Правильный ответ: Г, В, Б, А

Компетенции (индикаторы): УК-1 (УК-1.1, УК-1.2)

8. Расположите $z'_x(x_0 = 1; y_0 = 1)$ в порядке возрастания:

А) $z(x; y) = 5x + 3y^2$

Б) $z(x; y) = \sin(\pi xy)$

В) $z(x; y) = 2xy^3$

Г) $z(x; y) = y/x$

Правильный ответ: Б, Г, В, А

Компетенции (индикаторы): УК-1 (УК-1.1, УК-1.2)

9. Расположите ряды в порядке возрастания их вторых членов:

А) $\sum_{n=1}^{\infty} (2n + 1)$

Б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n!}$

В) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2n^2 - 1}$

Г) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n}{n+1}$

Правильный ответ: В, Б, А, Г

Компетенции (индикаторы): УК-1 (УК-1.2, УК-1.3)

10. Расположите степенные ряды в порядке возрастания их радиусов членов:

А) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!}$

Б) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(x+2)^n}{x \cdot 2^{n-1}}$

В) $\sum_{n=0}^{\infty} x^n$

Г) $\sum_{n=0}^{\infty} 5^n x^n$

Правильный ответ: Г, В, Б, А

Компетенции (индикаторы): УК-1 (УК-1.2, УК-1.3)

11. Расположите интегралы в порядке убывания их значений:

А) $\int_0^1 dx \int_0^1 dy$

Б) $\int_0^1 dx \int_0^x dy$

В) $\int_0^1 dx \int_0^{x^2} dy$

Г) $\int_0^1 dx \int_{-1}^1 dy$

Правильный ответ: Г, А, Б, В

Компетенции (индикаторы): УК-1 (УК-1.1, УК-1.2)

12. Расположите ряды в порядке возрастания их сумм:

А) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{2^n}$

Б) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{2}{3^n}$

В) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{4}{5^n}$

Г) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{3}{4^n}$

Правильный ответ: А, Б, Г, В

Компетенции (индикаторы): УК-1 (УК-1.1, УК-1.2, УК-1.3)

Задания открытого типа

Задания открытого типа на дополнение

Напишите пропущенное слово (словосочетание).

1. _____ двух ненулевых векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$ – это число, равное произведению длин этих векторов на косинус угла между ними.

Правильный ответ: Скалярное произведение

Компетенции (индикаторы): УК-1 (УК-1.2, УК-1.3)

2. _____ – упорядоченный набор векторов в векторном пространстве, такой, что любой вектор этого пространства может быть единственным образом представлен в виде линейной комбинации векторов из этого набора.

Правильный ответ: Базис

Компетенции (индикаторы): УК-1 (УК-1.2, УК-1.3)

3. _____ – это геометрическое место точек, для которых сумма расстояний до двух фиксированных точек F_1 и F_2 , именуемых фокусами, есть величина постоянная.

Правильный ответ: Эллипс

Компетенции (индикаторы): УК-1 (УК-1.2, УК-1.3)

4. _____ – предел отношения приращения функции к приращению её аргумента при стремлении приращения аргумента к нулю (при условии, что такой предел существует).

Правильный ответ: Производная / производная функция

Компетенции (индикаторы): УК-1 (УК-1.2, УК-1.3)

5. Определитель квадратной матрицы равен сумме произведений элементов любой строки (столбца) на их _____.

Правильный ответ: алгебраические дополнения

Компетенции (индикаторы): УК-1 (УК-1.2, УК-1.3)

6. _____ функции f в точке M_0 – это вектор, координатами которого являются значения частных производных в этой точке.

Правильный ответ: Градиент

Компетенции (индикаторы): УК-1 (УК-1.2, УК-1.3)

7. _____ – это предел отношения приращения функции нескольких переменных по выбранной переменной к приращению этой переменной, при стремлении этого приращения к нулю.

Правильный ответ: Частная производная

Компетенции (индикаторы): УК-1 (УК-1.1, УК-1.2, УК-1.3)

8. _____ для функции $f(x)$ – это такая функция, производная которой равна $f(x)$.

Правильный ответ: Первообразная

Компетенции (индикаторы): УК-1 (УК-1.2, УК-1.3)

9. Интеграл называется _____, если выполняется по крайней мере одно из следующих условий: 1) область интегрирования является бесконечной; 2) подынтегральная функция является неограниченной в окрестности некоторых точек области интегрирования.

Правильный ответ: Несобственным

Компетенции (индикаторы): УК-1 (УК-1.1, УК-1.2, УК-1.3)

10. _____ – уравнение, которое помимо функции содержит её производные.

Правильный ответ: Дифференциальное уравнение

Компетенции (индикаторы): УК-1 (УК-1.2, УК-1.3)

11. _____ – это предел последовательности его частичных сумм, если этот предел существует.

Правильный ответ: Сумма числового ряда

Компетенции (индикаторы): УК-1 (УК-1.1, УК-1.2)

12. Если числовой ряд сходится, то предел его общего члена равен _____.

Правильный ответ: нулю

Компетенции (индикаторы): УК-1 (УК-1.1, УК-1.2)

13. Напишите пропущенное слово (словосочетание).

_____ – частный случай ряда Тейлора, где точка разложения равна нулю.

Правильный ответ: Ряд Маклорена

Компетенции (индикаторы): УК-1 (УК-1.1, УК-1.2)

14. Напишите пропущенное слово (словосочетание).

_____ – это обобщение понятия определённого интеграла для функции двух переменных, заданной как $z = f(x, y)$.

Правильный ответ: Двойной интеграл

Компетенции (индикаторы): УК-1 (УК-1.2, УК-1.3)

15. Напишите пропущенное слово (словосочетание).

Геометрический смысл двойного интеграла заключается в том, что величина двойного интеграла от неотрицательной функции равна _____ цилиндрического тела.

Правильный ответ: объёму

Компетенции (индикаторы): УК-1 (УК-1.2, УК-1.3)

Задания открытого типа с кратким свободным ответом

Дайте ответ на вопрос

1. Производная функция $y(x) = \cos(x^2)$ равна ... (Ответ запишите в виде функции).

Правильный ответ: $-2x \sin x^2$.

Компетенции (индикаторы): УК-1 (УК-1.1, УК-1.2)

2. Найти промежуток возрастания функции $y(x) = 1 - x^2$ (Ответ запишите в виде интервала).

Правильный ответ: $(-\infty; 0)$.

Компетенции (индикаторы): УК-1 (УК-1.1, УК-1.2, УК-1.3)

3. Найти площадь треугольника, заданного координатами своих вершин $A(0; 0; 0)$, $B(1; 0; 0)$, $C(0; 2; 0)$ (Ответ запишите в виде числа).

Правильный ответ: 1.

Компетенции (индикаторы): УК-1 (УК-1.1, УК-1.2, УК-1.3)

4. Найти наибольшее значение функции $y(x) = x^2 - 2x - 1$ на отрезке $[-1; 1]$ (Ответ запишите в виде числа).

Правильный ответ: 2.

Компетенции (индикаторы): УК-1 (УК-1.1, УК-1.2, УК-1.3)

5. Найти сумму абсцисс точек разрыва функции:

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 1, & x < 0 \\ \cos x, & 0 \leq x \leq 1 \\ x^2 - 1, & x > 1 \end{cases}$$

(Ответ запишите в виде числа).

Правильный ответ: 1.

Компетенции (индикаторы): УК-1 (УК-1.1, УК-1.2)

6. С помощью определенного интеграла найти площадь фигуры, ограниченной линиями $\{y = 0; y = 2x; x = 1\}$ (Ответ запишите в виде числа).

Правильный ответ: 1.

Компетенции (индикаторы): УК-1 (УК-1.1, УК-1.2, УК-1.3)

7. С помощью определенного интеграла найти площадь фигуры, ограниченной линиями $\{y = 0; y = 1/2; x = \pm 1\}$ (Ответ запишите в виде числа).

Правильный ответ: 1.

Компетенции (индикаторы): УК-1 (УК-1.1, УК-1.2, УК-1.3)

8. С помощью определенного интеграла найти площадь фигуры, ограниченной линиями $\{y = 3x^2; y = 0; x = 1\}$ (Ответ запишите в виде числа).

Правильный ответ: 1.

Компетенции (индикаторы): УК-1 (УК-1.1, УК-1.2, УК-1.3)

9. Найти общее решение дифференциального уравнения $y' = x$ (Ответ запишите в виде функции).

Правильный ответ: $\frac{x^2}{2} + C$.

Компетенции (индикаторы): УК-1 (УК-1.1, УК-1.2, УК-1.3)

10. Найти общее решение дифференциального уравнения $y'' - 3y' + 2y = 0$ (Ответ запишите в виде функции).

Правильный ответ: $C_1 e^x + C_2 e^{2x}$.

Компетенции (индикаторы): УК-1 (УК-1.1, УК-1.2)

11. С помощью каких достаточных признаков можно определить сходимость знакоположительных числовых рядов. *(Перечислить наименования признаков).*

Правильный ответ: признаки сравнения, интегральный признак Коши, радикальный признак Коши, признак Даламбера.

Компетенции (индикаторы): УК-1 (УК-1.1, УК-1.2)

12. С помощью какого признака можно определить сходимость знакочередующихся числовых рядов. *(Указать наименование признака).*

Правильный ответ: признак Лейбница.

Компетенции (индикаторы): УК-1 (УК-1.1, УК-1.2)

13. Разложением какой функции является следующий ряд Маклорена:

$$1 + \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2!} + \dots + \frac{x^n}{n!} + \dots \text{(Ответ запишите в виде } y = f(x)\text{)}.$$

Правильный ответ: $y = e^x$.

Компетенции (индикаторы): УК-1 (УК-1.1, УК-1.2)

14. Разложением какой функции является следующий ряд Маклорена:

$$\frac{x}{1!} - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} + \dots + \frac{(-1)^{n+1} x^{2n-1}}{(2n-1)!} + \dots \text{(Ответ запишите в виде } y = f(x)\text{)}.$$

Правильный ответ: $y = \sin x$.

Компетенции (индикаторы): УК-1 (УК-1.1, УК-1.2)

15. Разложением какой функции является следующий ряд Маклорена:

$$1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} + \dots + \frac{(-1)^n x^{2n}}{(2n)!} + \dots \text{(Ответ запишите в виде } y = f(x)\text{)}.$$

Правильный ответ: $y = \cos x$.

Компетенции (индикаторы): УК-1 (УК-1.1, УК-1.2)

Задания открытого типа с развернутым ответом

Решите задачу.

1. Решить задачу, используя методы дифференциального исчисления:

Тело массой $m_0 = 3000 \text{ кг}$ падает с высоты $H = 1280 \text{ м}$ метров и теряет массу(сгорает) пропорционально времени падения. Коэффициент пропорциональности $k = 100 \text{ кг/с}$. Считая, что начальная скорость $v_0 = 0 \text{ м/с}$, ускорение $g = 10 \text{ м/с}^2$, найти время падения, при котором тело будет иметь наибольшую кинетическую энергию.

Привести расширенное решение.

Время выполнения – 30 мин.

Ожидаемый результат:

1. Примем, что тело является материальной точкой. Тогда кинетическая энергия материальной точки будет вычисляться по такой формуле:

$$E = \frac{m \cdot v^2}{2}$$

Учитывая, что масса тела при движении переменна, определим зависимость массы падающего тела от времени. Так как тело сгорает пропорционально времени падения, его масса уменьшается, и функция примет такой вид:

$$m(t) = m_0 - k \cdot t$$

Функция скорость тела от времени падения:

$$v(t) = v_0 + g \cdot t$$

Получаем функцию кинетической энергии тела от времени падения:

$$E(t) = \frac{1}{2}(m_0 - k \cdot t)(v_0 + g \cdot t)^2$$
$$E(t) = \frac{1}{2}(3000 - 100 \cdot t)(0 + 10 \cdot t)^2 = 5000(30 \cdot t^2 - t^3)$$

2. Определяем время $t_{m=0}$ падения тела до того момента, как его масса станет равна нулю:

$$m(t) = m_0 - k \cdot t = 3000 - 100 \cdot t = 0 \Rightarrow t_{m=0} = 30 \text{ сек}$$

3. Определяем время $t_{\text{столкн}}$ падения тела до столкновения с землей:

$$H = v_0 \cdot t + \frac{g \cdot t^2}{2} \Rightarrow 1280 = 5 \cdot t^2 \Rightarrow t_{\text{столкн}} = 16 \text{ сек}$$

4. Находим время падения, при котором тело будет иметь наибольшую кинетическую энергию, как наибольшее значение функции $E(t) = 5000(30 \cdot t^2 - t^3)$ на отрезке $t \in [0; 16]$

Находим внутренние критические точки:

$$E'(t) = 5000(60 \cdot t - 3t^2) = 0 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow \begin{cases} t = 0 \\ t = 20 \notin [0; 16] \end{cases}$$

Находим наибольшее значение функции на границах отрезка и во внутренних критических точках:

t	0	16
$E(t)$	0	$5000(30 \cdot 16^2 - 16^3)$

Ответ: время падения, при котором тело будет иметь наибольшую кинетическую энергию $t = 16 \text{ сек}$.

Критерии оценивания:

- построение функции $E(t)$ кинетической энергии тела от времени падения;
- определение времени падения тела до того момента, как его масса станет равна нулю;
- определение времени падения тела до столкновения с землей;
- нахождение наибольшего значения функции $E(t)$ на отрезке, определенном временем падения тела до столкновения с землей.

Компетенции (индикаторы): УК-1 (УК-1.1, УК-1.2, УК-1.3)

2. Решить задачу, используя методы интегрального исчисления:

Цилиндрический резервуар с высотой 6 м и диаметром основания 4 м наполнен водой. За какое время вода вытечет из него через круглое отверстие радиуса 1/12 м, сделанное в дне резервуара?

(Справочная информация: скорость истечения жидкости по закону Бернулли выражается формулой $V = \sigma\sqrt{2gx}$, причем для воды $\sigma \approx 0,6$)

Привести расширенное решение.

Время выполнения – 30 мин.

Ожидаемый результат:

1. Пусть через t сек после истечения воды уровень оставшейся воды в резервуаре был равен x м, а за время dt сек понизился на dx м. вычислим объем воды, вытекающий за этот бесконечно малый промежуток времени dt , двумя способами:

1 сп.) Объем dW равен объему цилиндрического слоя высотой dx и радиусом основания $r = 2$ м.

$$dW = \pi r^2 dx$$

2 сп.) Объем dW равен объему цилиндра, основанием которого служит отверстие в дне резервуара $\rho = 1/12$ м, а высота равна Vdt , где V – скорость течения воды:

$$dW = \pi \rho^2 V dt = 0,6 \pi \rho^2 \sqrt{2gx} dt$$

Приравниваем полученные выражения

$$\pi r^2 dx = 0,6 \pi \rho^2 \sqrt{2gx} dt$$

Получаем

$$dt = \frac{r^2 dx}{0,6 \rho^2 \sqrt{2gx}}, \text{ где } x \in [0; 6]$$

2. Интегрируем уравнение, получаем время истечения воды

$$t = \int_0^6 \frac{r^2 dx}{0,6 \rho^2 \sqrt{2gx}} = \frac{r^2 dx}{0,6 \rho^2 \sqrt{2g}} \int_0^6 \frac{dx}{\sqrt{x}} = \frac{r^2 dx}{0,6 \rho^2 \sqrt{2g}} \cdot 2\sqrt{x} \Big|_0^6 = \frac{10}{\sqrt{3g}} \cdot \frac{r^2}{\rho^2}$$

3. Подставляем исходные данные, получаем

$$t \approx 1062 \text{ сек} = 17,7 \text{ мин}$$

Ответ: вода вытечет из резервуара через $t \approx 1062 \text{ сек} = 17,7 \text{ мин}$.

Критерии оценивания:

- построение математической модели процесса истечения воды из резервуара;
- интегрирование полученного уравнения;
- нахождение времени вытекания воды из резервуара через круглое отверстие, сделанное в дне резервуара.

Компетенции (индикаторы): УК-1 (УК-1.1, УК-1.2, УК-1.3)

3. Решить задачу, используя методы интегрального исчисления:

Найти вероятность попадания оси шкива в кольцо $r_1^2 \leq x^2 + y^2 \leq r_2^2$, если ускорение оси ведомого вала редуктора распределено по нормальному закону с плотностью вероятности. $f(x, y) = \frac{1}{\sigma^2 2\pi} \cdot e^{-\frac{x^2+y^2}{2\sigma^2}}$

Привести расширенное решение.

Время выполнения – 20 мин.

Ожидаемый результат:

$$\begin{aligned} P &= \iint_{r_1 < \rho < r_2} f(x, y) dx dy = \frac{1}{\sigma^2 2\pi} \iint_D e^{-\rho^2/2\sigma^2} \rho d\rho d\phi = \\ &= \frac{2\pi}{\sigma^2 2\pi} \int_{r_1}^{r_2} e^{-\rho^2/2\sigma^2} d(\rho^2/r) = -e^{-\rho^2/2\sigma^2} \Big|_{r_1}^{r_2} = \\ &= e^{-r_1^2/2\sigma^2} - e^{-r_2^2/2\sigma^2} \end{aligned}$$

Ответ: $P = e^{-r_1^2/2\sigma^2} - e^{-r_2^2/2\sigma^2}$.

Критерии оценивания:

- формализация технического процесса;
- интегрирование полученного уравнения;
- нахождение вероятности попадания оси шкива в колесо.

Компетенции (индикаторы): УК-1 (УК-1.1, УК-1.2, УК-1.3)

Экспертное заключение

Представленный фонд оценочных средств (далее – ФОС) по дисциплине «Высшая математика» соответствует требованиям ФГОС ВО.

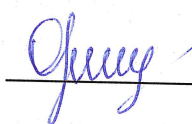
Предлагаемые формы и средства текущего и промежуточного контроля адекватны целям и задачам реализации основной профессиональной образовательной программы по направлению подготовки 20.03.01 Техносферная безопасность.

Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины представлены в полном объеме.

Виды оценочных средств, включенные в представленный фонд, отвечают основным принципам формирования ФОС.

Разработанный и представленный для экспертизы фонд оценочных средств рекомендуется к использованию в процессе подготовки обучающихся по указанному направлению 20.03.01 Техносферная безопасность.

Председатель учебно-методической
комиссии Краснодарского факультета
инженерии и менеджмента (филиала)

 Родионова О.Ю.

Лист изменений и дополнений

№ п/п	Виды дополнений и изменений	Дата и номер протокола заседания кафедры (кафедр), на котором были рассмотрены и одобрены изменения и дополнения	Подпись (с расшифровкой) заведующего кафедрой (заведующих кафедрами)