

**Комплект оценочных материалов по дисциплине
«Математика»**

Задания закрытого типа

Задания закрытого типа на выбор правильного ответа

1. Выберите один правильный ответ

Вычислить определитель:

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{vmatrix}$$

А) -2

Б) 0

В) -5

Г) 3

Правильный ответ: А

Компетенции (индикаторы): УК-1

2. Выберите один правильный ответ

Вычислить скалярное произведение $\vec{a} \cdot \vec{b}$ векторов:

$$\vec{a}(1; 2; 3); \vec{b}(-1; 0; 0)$$

А) 3

Б) 0

В) -1

Г) ± 3

Правильный ответ: В

Компетенции (индикаторы): УК-1

3. Выберите один правильный ответ

Вычислить производную функции в точке $x = 0$:

$$y(x) = \sqrt{1 + x^2}$$

А) -23

Б) 0

В) -5

Г) 3

Правильный ответ: Б

Компетенции (индикаторы): УК-1

4. Выберите один правильный ответ

Вычислить предел функции:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$$

А) -1

Б) 0

В) π

Г) e

Правильный ответ: Г

Компетенции (индикаторы): УК-1

5. Выберите один правильный ответ

Неопределенный интеграл $\int x^3 dx$ равен:

А) $\frac{x^2}{2} + C$

Б) $3x^3 + C$

В) $\frac{x^3}{3} + C$

Г) $\frac{x^4}{4} + C$

Правильный ответ: Г

Компетенции (индикаторы): УК-1

6. Выберите один правильный ответ

Неопределенный интеграл $\int 2^x dx$ равен:

А) $2^x \cdot \ln 2 + C$

Б) $\frac{x^3}{3} + C$

В) $\frac{2^x}{\ln 2} + C$

Г) $x \cdot 2^x + C$

Правильный ответ: В

Компетенции (индикаторы): УК-1

7. Выберите один правильный ответ

Неопределенный интеграл $\int \frac{dx}{a^2+x^2}$ равен:

А) $\frac{1}{a} \cdot \operatorname{arctg} \frac{a}{x} + C$

Б) $\frac{a}{a^2+x^2} + C$

В) $\frac{1}{a} \cdot \operatorname{arctg} \frac{x}{a} + C$

Г) $\frac{1}{a} \cdot \operatorname{tg} \frac{x}{a} + C$

Правильный ответ: В

Компетенции (индикаторы): УК-1

8. Выберите один правильный ответ

Неопределенный интеграл $\int \frac{dx}{\sqrt{a^2-x^2}}$ равен:

А) $\arcsin \frac{x}{a} + C$

Б) $\arccos \frac{a}{x} + C$

В) $-\frac{1}{\sqrt{a^2+x^2}} + C$

Г) $\arcsin \frac{a}{x} + C$

Правильный ответ: А

Компетенции (индикаторы): УК-1

9. Выберите один правильный ответ

Какой из указанных признаков НЕприменим для исследования на сходимость неотрицательных рядов?

А) интегральный признак

Б) признак Коши

В) признак Даламбера

Г) признак Лейбница

Правильный ответ: Г

Компетенции (индикаторы): УК-1

10. Выберите один правильный ответ

Какой из указанных признаков применяется для исследования на сходимость знакочередующихся рядов?

А) интегральный признак

Б) признак Коши

В) признак Даламбера

Г) признак Лейбница

Правильный ответ: Г

Компетенции (индикаторы): УК-1

11. Выберите один правильный ответ

Какой из рядов является сходящимся?

А) $1 + \frac{4}{3} + \frac{16}{9} + \dots + \left(\frac{4}{3}\right)^{n-1} + \dots$

Б) $1 - \frac{2}{3} + \frac{4}{9} + \dots + \left(-\frac{2}{3}\right)^{n-1} + \dots$

В) $1 - 1 + 1 - 1 + \dots + (-1)^{n-1} + \dots$

Г) $\frac{10}{1001} + \frac{20}{2002} + \dots + \frac{10n}{1000n+1} + \dots$

Правильный ответ: Б

Компетенции (индикаторы): УК-1

12. Выберите один правильный ответ

Если радиус сходимости для степенного ряда $R > 0$, то этот ряд сходится на интервале

А) $(0; R)$

Б) $(-R; R)$

В) $(0; \infty)$

Г) $(-R; 0)$

Правильный ответ: Б

Компетенции (индикаторы): УК-1

13. Выберите один правильный ответ

Если ряд из абсолютных величин знакочередующегося ряда сходится, то знакочередующийся ряд:

А) сходится условно

Б) может как сходиться условно, так и расходиться

В) сходится абсолютно

Г) расходится

Правильный ответ: В

Компетенции (индикаторы): УК-1

Задания закрытого типа на установление соответствия

1. Установите правильное соответствие. Каждому элементу левого столбца соответствует только один элемент правого столбца.

	Определитель		Значение определителя
1)	$\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{vmatrix}$	А)	1
2)	$\begin{vmatrix} 3 & 4 \\ 1 & 2 \end{vmatrix}$	Б)	-2
3)	$\begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix}$	В)	0
4)	$\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{vmatrix}$	Г)	2

Правильный ответ:

1	2	3	4
Б	Г	А	В

Компетенции (индикаторы): УК-1

2. Установите правильное соответствие. Каждому элементу левого столбца соответствует только один элемент правого столбца.

	Матрица		Ранг матрицы
1)	$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$	А)	2
2)	$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}$	Б)	1
3)	$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$	В)	3
4)	$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$	Г)	0

Правильный ответ:

1	2	3	4
Б	А	В	Г

Компетенции (индикаторы): УК-1

3. Установите правильное соответствие. Каждому элементу левого столбца соответствует только один элемент правого столбца.

	$y(x)$		$y'(x)$
1)	$\sin(x^2)$	А)	$\frac{1}{x^2}$
2)	$\frac{1}{x}$	Б)	$\sqrt{1+x^2}$
3)	$\sqrt{1+x^2}$	В)	0
4)	e^x	Г)	$2 \cdot x \cdot \cos(x^2)$

Правильный ответ:

1	2	3	4
Г	А	Б	В

Компетенции (индикаторы): УК-1

4. Установите правильное соответствие. Каждому элементу левого столбца соответствует только один элемент правого столбца.

	Векторы		$ \vec{a} \times \vec{b} $
1)	$\vec{a}(1; 2; 3); \vec{b}(-1; 0; 0)$	А)	1
2)	$\vec{a}(1; 2; 3); \vec{b}(1; 2; 3)$	Б)	$\sqrt{2}$
3)	$\vec{a}(1; 0; 0); \vec{b}(0; 1; 0)$	В)	0
4)	$\vec{a}(1; 0; 1); \vec{b}(0; 1; 0)$	Г)	$\sqrt{13}$

Правильный ответ:

1	2	3	4
Г	В	А	Б

Компетенции (индикаторы): УК-1

5. Установите правильное соответствие. Каждому элементу левого столбца соответствует только один элемент правого столбца.

	Неопределенный интеграл		Значение
1)	$\int \frac{dx}{\cos^2 x}$	А)	$\frac{(x-1)^2}{2} + C$
2)	$\int \frac{e^x}{2} dx$	Б)	$\frac{1}{2} \cdot \sin 2x + C$
3)	$\int \cos 2x dx$	В)	$\frac{e^x}{2} + C$
4)	$\int (x-1) dx$	Г)	$\operatorname{tg} x + C$

Правильный ответ:

1	2	3	4
Г	В	Б	А

Компетенции (индикаторы): УК-1

6. Установите правильное соответствие. Каждому элементу левого столбца соответствует только один элемент правого столбца.

	Дифференциальное уравнение		Порядок дифференциального уравнения
1)	$1 - y' = x^2 y$	А)	4
2)	$\frac{d^2 y}{dx^2} = x^2 + y^2$	Б)	3
3)	$y' + y'' + y''' = 0$	В)	1
4)	$\frac{dy}{dx} + x \frac{d^4 y}{dx^4} = x + y$	Г)	2

Правильный ответ:

1	2	3	4
В	Г	Б	А

Компетенции (индикаторы): УК-1

7. Установите правильное соответствие. Каждому элементу левого столбца соответствует только один элемент правого столбца.

	$z(x, y)$		$z'_x(x, y)$
1)	$x^2 + y^2$	А)	0
2)	$\frac{x}{y}$	Б)	$\frac{1}{y}$
3)	e^{xy}	В)	$2x$
4)	$e^{\pi y}$	Г)	$y \cdot e^{xy}$

Правильный ответ:

1	2	3	4
В	Б	Г	А

Компетенции (индикаторы): УК-1

8. Установите правильное соответствие. Каждому элементу левого столбца соответствует только один элемент правого столбца.

	Дифференциальное уравнение		Тип дифференциального уравнения
1)	$y'' + y = 0$	А)	Линейное неоднородное
2)	$y'' + y' + y = 1$	Б)	Линейное однородное
3)	$y' + 2y = y^2 x$	В)	Бернулли
4)	$y' = x^2$	Г)	С разделяющимися переменными

Правильный ответ:

1	2	3	4
Б	А	В	Г

Компетенции (индикаторы): УК-1

9. Установите правильное соответствие. Каждому элементу левого столбца соответствует только один элемент правого столбца.

1)	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$	А)	степенной ряд
2)	$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!}$	Б)	гармонический ряд
3)	$\sum_{n=1}^{\infty} (\sin nx + \cos nx)$	В)	тригонометрический ряд
4)	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n}$	Г)	знакопеременный ряд

Правильный ответ:

1	2	3	4
Б	А	В	Г

Компетенции (индикаторы): УК-1

10. Установите правильное соответствие. Каждому элементу левого столбца соответствует только один элемент правого столбца.

	Функция		Разложение в ряд Маклорена
1)	e^x	А)	$1 + x + x^2 + \dots + x^n + \dots$
2)	$\cos x$	Б)	$\frac{x}{1!} - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} + \dots + \frac{(-1)^{n+1} x^{2n-1}}{(2n-1)!} + \dots$
3)	$\sin x$	В)	$1 + \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2!} + \dots + \frac{x^n}{n!} + \dots$
4)	$\frac{1}{1-x}$	Г)	$1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} + \dots + \frac{(-1)^n x^{2n}}{(2n)!} + \dots$

Правильный ответ:

1	2	3	4
В	Г	Б	А

Компетенции (индикаторы): УК-1

11. Установите правильное соответствие. Каждому элементу левого столбца соответствует только один элемент правого столбца.

1)	$\iint_D dx dy$ $D: \{0 \leq x \leq 1; 0 \leq y \leq 1; \}$	А)	$\frac{\pi}{2} - 1$
----	--	----	---------------------

2)	$\iint_D dx dy$ $D: \{0 \leq x \leq 1; 0 \leq y \leq 0; \}$	Б)	0
3)	$\iint_D dx dy$ $D: \{x = 1; y = 0; y = x; \}$	В)	1
4)	$\iint_D dx dy$ $D: \{0 \leq x \leq 1; y = \arcsin x; \}$	Г)	$\frac{1}{2}$

Правильный ответ:

1	2	3	4
В	Б	Г	А

Компетенции (индикаторы): УК-1

12. Установите правильное соответствие. Каждому элементу левого столбца соответствует только один элемент правого столбца.

1)	$\iiint_V dx dy dz$ $V: \{0 \leq x \leq 1; 0 \leq y \leq 1; 0 \leq z \leq 1\}$	А)	$\frac{2}{3}\pi R^3$
2)	$\iiint_V dx dy dz$ $V: \left\{ \begin{array}{l} -R \leq x \leq R; \\ -\sqrt{R^2 - x^2} \leq y \leq \sqrt{R^2 - x^2}; \\ 0 \leq z \leq \sqrt{R^2 - x^2 - y^2} \end{array} \right\}$	Б)	1
3)	$\iiint_V dx dy dz$ $V: \{0 \leq z \leq 1; x^2 + y^2 = 1\}$	В)	$\frac{1}{6}$
4)	$\iiint_V dx dy dz$ $V: \{-1 \leq z \leq 1; x^2 + y^2 = R^2\}$	Г)	$2\pi R^2$

Правильный ответ:

1	2	3	4
Б	А	В	Г

Компетенции (индикаторы): УК-1

Задания закрытого типа на установление правильной последовательности

1. Расположите определители в порядке возрастания:

А) $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{vmatrix}$

Б) $\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$

В) $\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$

Г) $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 3 \end{vmatrix}$

Правильный ответ: В, А, Б, Г

Компетенции (индикаторы): УК-1

2. Расположите векторы в порядке возрастания их длины:

А) (1; 0; 0)

Б) (1; 1; 1)

В) (3; 4)

Г) (100)

Правильный ответ: Г, В, Б, А

Компетенции (индикаторы): УК-1

3. Расположите пределы в порядке убывания их значений:

А) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 - 4}{x^2 - x - 2}$

Б) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x}$

В) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+1}{x}\right)^x$

Г) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^5 + x + 1}{10x^4 - x - 2}$

Правильный ответ: Г, В, А, Б

Компетенции (индикаторы): УК-1

4. Расположите объемы параллелепипедов, построенных на векторах $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$, в порядке возрастания:

А) $\vec{a}(1 \ 0 \ 0), \vec{b}(0 \ 1 \ 0), \vec{c}(0 \ 0 \ 1)$

Б) $\vec{a}(1 \ 0 \ 0), \vec{b}(3 \ 0 \ 4), \vec{c}(0 \ 6 \ 8)$

В) $\vec{a}(1 \ 0 \ 0), \vec{b}(0 \ 3 \ 4), \vec{c}(6 \ 8 \ 0)$

Г) $\vec{a}(1 \ 0 \ 1), \vec{b}(10 \ 0 \ 1), \vec{c}(-10 \ 0 \ 1)$

Правильный ответ: Г, А, Б, В

Компетенции (индикаторы): УК-1

5. Расположите определенные интегралы в порядке возрастания:

А) $\int_0^1 x^2 dx$

Б) $\int_0^1 \frac{4}{1+x^2} dx$

В) $\int_0^1 dx$

Г) $\int_0^1 3e^x dx$

Правильный ответ: А, В, Б, Г

Компетенции (индикаторы): УК-1

6. Расположите дифференциальные уравнения в порядке возрастания их порядка:

А) $\frac{dy}{dx} = x$

Б) $\frac{d^2y}{dx^2} + \frac{d^5y}{dx^5} = \frac{dy}{dx}$

В) $y'' + y' = 0$

Г) $xy''' - y' = y^5$

Правильный ответ: А, В, Г, Б

Компетенции (индикаторы): УК-1

7. Расположите $z(x_0 = 1; y_0 = 1)$ в порядке возрастания их значений:

А) $z(x; y) = 2x + 3y^2$

Б) $z(x; y) = \ln(xy) + 2$

В) $z(x; y) = \ln x + \ln y + 1$

Г) $z(x; y) = y \cdot \sin(\pi x)$

Правильный ответ: Г, В, Б, А

Компетенции (индикаторы): УК-1

8. Расположите $z'_x(x_0 = 1; y_0 = 1)$ в порядке возрастания:

А) $z(x; y) = 5x + 3y^2$

Б) $z(x; y) = \sin(\pi xy)$

В) $z(x; y) = 2xy^3$

Г) $z(x; y) = y/x$

Правильный ответ: Б, Г, В, А

Компетенции (индикаторы): УК-1

9. Расположите ряды в порядке возрастания их вторых членов:

А) $\sum_{n=1}^{\infty} (2n + 1)$

Б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n!}$

В) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2n^2-1}$

Г) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n}{n+1}$

Правильный ответ: В, Б, А, Г

Компетенции (индикаторы): УК-1

10. Расположите степенные ряды в порядке возрастания их радиусов членов:

А) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!}$

Б) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(x+2)^n}{x \cdot 2^{n-1}}$

В) $\sum_{n=0}^{\infty} x^n$

Г) $\sum_{n=0}^{\infty} 5^n x^n$

Правильный ответ: Г, В, Б, А

Компетенции (индикаторы): УК-1

11. Расположите интегралы в порядке убывания их значений:

А) $\int_0^1 dx \int_0^1 dy$

Б) $\int_0^1 dx \int_0^x dy$

В) $\int_0^1 dx \int_0^{x^2} dy$

Г) $\int_0^1 dx \int_{-1}^1 dy$

Правильный ответ: Г, А, Б, В

Компетенции (индикаторы): УК-1

12. Расположите ряды в порядке возрастания их сумм:

А) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{2^n}$

Б) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{2}{3^n}$

В) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{4}{5^n}$

Г) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{3}{4^n}$

Правильный ответ: А, Б, Г, В

Компетенции (индикаторы): УК-1

Задания открытого типа

Задания открытого типа на дополнение

1. Напишите пропущенное слово (словосочетание).

_____ двух ненулевых векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$ – это число, равное произведению длин этих векторов на косинус угла между ними.

Правильный ответ: скалярное произведение.

Компетенции (индикаторы): УК-1

2. Напишите пропущенное слово (словосочетание).

_____ – упорядоченный набор векторов в векторном пространстве, такой, что любой вектор этого пространства может быть единственным образом представлен в виде линейной комбинации векторов из этого набора.

Правильный ответ: базис.

Компетенции (индикаторы): УК-1

3. Напишите пропущенное слово (словосочетание).

_____ – это геометрическое место точек, для которых сумма расстояний до двух фиксированных точек F_1 и F_2 , именуемых фокусами, есть величина постоянная.

Правильный ответ: эллипс.

Компетенции (индикаторы): УК-1

4. Напишите пропущенное слово (словосочетание).

_____ – предел отношения приращения функции к приращению её аргумента при стремлении приращения аргумента к нулю (при условии, что такой предел существует).

Правильный ответ: производная; производная функции.

Компетенции (индикаторы): УК-1

5. Напишите пропущенное слово (словосочетание).

Определитель квадратной матрицы равен сумме произведений элементов любой строки (столбца) на их _____.

Правильный ответ: алгебраические дополнения.

Компетенции (индикаторы): УК-1

6. Напишите пропущенное слово (словосочетание).

_____ функции f в точке M_0 – это вектор, координатами которого являются значения частных производных в этой точке.

Правильный ответ: градиент.

Компетенции (индикаторы): УК-1

7. Напишите пропущенное слово (словосочетание).

_____ – это предел отношения приращения функции нескольких переменных по выбранной переменной к приращению этой переменной, при стремлении этого приращения к нулю.

Правильный ответ: частная производная.

Компетенции (индикаторы): УК-1

8. Напишите пропущенное слово (словосочетание).

_____ для функции $f(x)$ – это такая функция, производная которой равна $f(x)$.

Правильный ответ: первообразная.

Компетенции (индикаторы): УК-1

9. Напишите пропущенное слово (словосочетание).

Интеграл называется _____, если выполняется по крайней мере одно из следующих условий: 1) область интегрирования является бесконечной; 2) подынтегральная функция является неограниченной в окрестности некоторых точек области интегрирования.

Правильный ответ: несобственным.

Компетенции (индикаторы): УК-1

10. Напишите пропущенное слово (словосочетание).

_____ – уравнение, которое помимо функции содержит её производные.

Правильный ответ: дифференциальное уравнение.

Компетенции (индикаторы): УК-1

11. Напишите пропущенное слово (словосочетание).

_____ – это предел последовательности его частичных сумм, если этот предел существует.

Правильный ответ: сумма числового ряда.

Компетенции (индикаторы): УК-1

12. Напишите пропущенное слово (словосочетание).

Если числовой ряд сходится, то предел его общего члена равен _____.

Правильный ответ: нулю.

Компетенции (индикаторы): УК-1

13. Напишите пропущенное слово (словосочетание).

_____ – частный случай ряда Тейлора, где точка разложения равна нулю.

Правильный ответ: Ряд Маклорена.

Компетенции (индикаторы): УК-1

14. Напишите пропущенное слово (словосочетание).

_____ – это обобщение понятия определённого интеграла для функции двух переменных, заданной как $z = f(x, y)$.

Правильный ответ: двойной интеграл.

Компетенции (индикаторы): УК-1

15. Напишите пропущенное слово (словосочетание).

Геометрический смысл двойного интеграла заключается в том, что величина двойного интеграла от неотрицательной функции равна _____ цилиндрического тела.

Правильный ответ: объёму.

Компетенции (индикаторы): УК-1

Задания открытого типа с кратким свободным ответом

1. Производная функция $y(x) = \cos(x^2)$ равна ... (Ответ запишите в виде функции)

Правильный ответ: $-2x \sin x^2$.

Компетенции (индикаторы): УК-1

2. Найти промежуток возрастания функции $y(x) = 1 - x^2$ (Ответ запишите в виде интервала)

Правильный ответ: $(-\infty; 0)$.

Компетенции (индикаторы): УК-1

3. Найти площадь треугольника, заданного координатами своих вершин $A(0; 0; 0)$, $B(1; 0; 0)$, $C(0; 2; 0)$ (Ответ запишите в виде числа)

Правильный ответ: 1.

Компетенции (индикаторы): УК-1

4. Найти наибольшее значение функции $y(x) = x^2 - 2x - 1$ на отрезке $[-1; 1]$ (Ответ запишите в виде числа)

Правильный ответ: 2.

Компетенции (индикаторы): УК-1

5. Найти сумму абсцисс точек разрыва функции:

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 1, & x < 0 \\ \cos x, & 0 \leq x \leq 1 \\ x^2 - 1, & x > 1 \end{cases}$$

(Ответ запишите в виде числа)

Правильный ответ: 1.

Компетенции (индикаторы): УК-1

6. С помощью определенного интеграла найти площадь фигуры, ограниченной линиями $\{y = 0; y = 2x; x = 1\}$ (Ответ запишите в виде числа)

Правильный ответ: 1.

Компетенции (индикаторы): УК-1

7. С помощью определенного интеграла найти площадь фигуры, ограниченной линиями $\{y = 0; y = 1/2; x = \pm 1\}$ (Ответ запишите в виде числа)

Правильный ответ: 1.

Компетенции (индикаторы): УК-1

8. С помощью определенного интеграла найти площадь фигуры, ограниченной линиями $\{y = 3x^2; y = 0; x = 1\}$ (Ответ запишите в виде числа)

Правильный ответ: 1.

Компетенции (индикаторы): УК-1

9. Найти общее решение дифференциального уравнения $y' = x$ (Ответ запишите в виде функции)

Правильный ответ: $\frac{x^2}{2} + C$.

Компетенции (индикаторы): УК-1

10. Найти общее решение дифференциального уравнения $y'' - 3y' + 2y = 0$ (Ответ запишите в виде функции)

Правильный ответ: $C_1 e^x + C_2 e^{2x}$.

Компетенции (индикаторы): УК-1

11. С помощью каких достаточных признаков можно определить сходимость знакоположительных числовых рядов (Перечислить наименования признаков)

Правильный ответ: признаки сравнения, интегральный признак Коши, радикальный признак Коши, признак Даламбера.

Компетенции (индикаторы): УК-1

12. С помощью какого признака можно определить сходимость знакочередующихся числовых рядов (Указать наименование признака)

Правильный ответ: признак Лейбница.

Компетенции (индикаторы): УК-1

13. Разложением какой функции является следующий ряд Маклорена:
 $1 + \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2!} + \dots + \frac{x^n}{n!} + \dots$ (Ответ запишите в виде $y = f(x)$)

Правильный ответ: $y = e^x$.

Компетенции (индикаторы): УК-1

14. Разложением какой функции является следующий ряд Маклорена:
 $\frac{x}{1!} - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} + \dots + \frac{(-1)^{n+1} x^{2n-1}}{(2n-1)!} + \dots$ (Ответ запишите в виде $y = f(x)$)

Правильный ответ: $y = \sin x$.

Компетенции (индикаторы): УК-1

15. Разложением какой функции является следующий ряд Маклорена:
 $1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} + \dots + \frac{(-1)^n x^{2n}}{(2n)!} + \dots$ (Ответ запишите в виде $y = f(x)$)

Правильный ответ: $y = \cos x$.

Компетенции (индикаторы): УК-1

Задания открытого типа с развернутым ответом

1. Решить задачу, используя методы дифференциального исчисления:

Тело массой $m_0 = 3000$ кг падает с высоты $H = 1280$ м метров и теряет массу (сгорает) пропорционально времени падения. Коэффициент пропорциональности $k = 100$ кг/с. Считая, что начальная скорость $v_0 = 0$ м/с, ускорение $g = 10$ м/с², найти время падения, при котором тело будет иметь наибольшую кинетическую энергию.

Привести расширенное решение.

Время выполнения – 30 мин.

Ожидаемый результат:

1. Примем, что тело является материальной точкой. Тогда кинетическая энергия материальной точки будет вычисляться по такой формуле:

$$E = \frac{m \cdot v^2}{2}$$

Учитывая, что масса тела при движении переменна, определим зависимость массы падающего тела от времени. Так как тело сгорает пропорционально времени падения, его масса уменьшается, и функция примет такой вид:

$$m(t) = m_0 - k \cdot t$$

Функция скорость тела от времени падения:

$$v(t) = v_0 + g \cdot t$$

Получаем функцию кинетической энергии тела от времени падения:

$$E(t) = \frac{1}{2} (m_0 - k \cdot t)(v_0 + g \cdot t)^2$$

$$E(t) = \frac{1}{2} (3000 - 100 \cdot t)(0 + 10 \cdot t)^2 = 5000(30 \cdot t^2 - t^3)$$

2. Определяем время $t_{m=0}$ падения тела до того момента, как его масса станет равна нулю:

$$m(t) = m_0 - k \cdot t = 3000 - 100 \cdot t = 0 \Rightarrow t_{m=0} = 30 \text{ сек}$$

3. Определяем время $t_{\text{столкн}}$ падения тела до столкновения с землей:

$$H = v_0 \cdot t + \frac{g \cdot t^2}{2} \Rightarrow 1280 = 5 \cdot t^2 \Rightarrow t_{\text{столкн}} = 16 \text{ сек}$$

4. Находим время падения, при котором тело будет иметь наибольшую кинетическую энергию, как наибольшее значение функции $E(t) = 5000(30 \cdot t^2 - t^3)$ на отрезке $t \in [0; 16]$

Находим внутренние критические точки:

$$E'(t) = 5000(60 \cdot t - 3t^2) = 0 \Rightarrow \\ \Rightarrow \begin{cases} t = 0 \\ t = 20 \notin [0; 16] \end{cases}$$

Находим наибольшее значение функции на границах отрезка и во внутренних критических точках:

t	0	16
$E(t)$	0	$5000(30 \cdot 16^2 - 16^3)$

Ответ: время падения, при котором тело будет иметь наибольшую кинетическую энергию $t = 16$ сек.

Критерии оценивания:

- построение функции $E(t)$ кинетической энергии тела от времени падения;
- определение времени падения тела до того момента, как его масса станет равна нулю;
- определение времени падения тела до столкновения с землей;
- нахождение наибольшего значения функции $E(t)$ на отрезке, определенном временем падения тела до столкновения с землей

Компетенции (индикаторы): УК-1

2. Решить задачу, используя методы дифференциального исчисления:

При подготовке к экзамену студент за t дней изучает $\left(\frac{t}{t+1}\right)$ -ю часть курса и забывает $(1/36 \cdot t)$ -ю часть. Сколько дней нужно потратить на подготовку, чтобы была изучена максимальная часть курса?

Привести расширенное решение.

Время выполнения – 30 мин.

Ожидаемый результат:

1. Составим функцию $V(t)$, которая отражает объем изученного студентом учебного материала в ходе прохождения курса:

$$V(t) = \left(\frac{t}{t+1}\right) - \left(\frac{1}{36} \cdot t\right)$$

2. Находим экстремум функции $V(t)$ учитывая, что $t > 0$:

$$V'(t) = \left(\frac{t}{t+1}\right)' - \left(\frac{1}{36} \cdot t\right)' = \frac{1}{(t+1)^2} - \frac{1}{36} \\ V'(t) = 0 \Rightarrow t_k = 5 \text{ дней}$$

3. Убедимся, что $t_k = 5$ дней – точка максимума функции $V(t)$:

$$V''(t) = \frac{-2}{(t+1)^3} \\ V''(t_k = 5) = \frac{-2}{(6)^3} < 0 \Rightarrow t_k = 5 \text{ дней} - \text{т. max}$$

Ответ: максимальная часть курса будет изучена через 5 дней.

Критерии оценивания:

- построение функции $V(t)$, отражающей объем изученного студентом учебного материала в ходе прохождения курса;
 - нахождение экстремума функции $V(t)$;
 - доказательство того, что найденный экстремум есть максимум.
- Компетенции (индикаторы): УК-1

3. Решить задачу, используя методы интегрального исчисления:

Цилиндрический резервуар с высотой 6 м и диаметром основания 4 м наполнен водой. За какое время вода вытечет из него через круглое отверстие радиуса $1/12$ м, сделанное в дне резервуара?

(Справочная информация: скорость истечения жидкости по закону Бернулли выражается формулой $V = \sigma\sqrt{2gx}$, причем для воды $\sigma \approx 0,6$)

Привести расширенное решение.

Время выполнения – 30 мин.

Ожидаемый результат:

1. Пусть через t сек после истечения воды уровень оставшейся воды в резервуаре был равен x м, а за время dt сек понизился на dx м. вычислим объем воды, вытекающий за этот бесконечно малый промежуток времени dt , двумя способами:

1 сп.) Объем dW равен объему цилиндрического слоя высотой dx и радиусом основания $r = 2$ м.

$$dW = \pi r^2 dx$$

2 сп.) Объем dW равен объему цилиндра, основанием которого служит отверстие в дне резервуара $\rho = 1/12$ м, а высота равна Vdt , где V – скорость течения воды:

$$dW = \pi \rho^2 V dt = 0,6\pi \rho^2 \sqrt{2gx} dt$$

Приравниваем полученные выражения

$$\pi r^2 dx = 0,6\pi \rho^2 \sqrt{2gx} dt$$

Получаем

$$dt = \frac{r^2 dx}{0,6\rho^2 \sqrt{2gx}}, \text{ где } x \in [0; 6]$$

2. Интегрируем уравнение, получаем время истечения воды

$$t = \int_0^6 \frac{r^2 dx}{0,6\rho^2 \sqrt{2gx}} = \frac{r^2 dx}{0,6\rho^2 \sqrt{2g}} \int_0^6 \frac{dx}{\sqrt{x}} = \frac{r^2 dx}{0,6\rho^2 \sqrt{2g}} \cdot 2\sqrt{x} \Big|_0^6 = \frac{10}{\sqrt{3g}} \cdot \frac{r^2}{\rho^2}$$

3. Подставляем исходные данные, получаем

$$t \approx 1062 \text{ сек} = 17,7 \text{ мин}$$

Ответ: вода вытечет из резервуара через $t \approx 1062$ сек = 17,7 мин.

Критерии оценивания:

- построение математической модели процесса истечения воды из резервуара;
- интегрирование полученного уравнения;

– нахождение времени вытекания воды из резервуара через круглое отверстие, сделанное в дне резервуара

Компетенции (индикаторы): УК-1

4. Решить задачу, используя методы дифференциального исчисления:

Найти выражение для объема реализованной продукции $y = y(t)$, если известно, что кривая спроса $p(y)$ задается уравнением $p(y) = 2 - y$, норма акселерации $1/l = 2$, норма инвестиций $m = 0,5$, $y(0) = 0,5$.

(Справочная информация: модель роста в условиях конкурентного рынка принимает вид $y' = mlp(y)y$)

Привести расширенное решение.

Время выполнения – 30 мин.

Ожидаемый результат:

Используем модель роста в условиях конкурентного рынка при заданных условиях:

$$\begin{aligned}y' &= (2 - y)y \\ \frac{dy}{(2 - y)y} &= dt \\ \int \frac{dy}{(2 - y)y} &= \int dt \\ \ln \left| \frac{y - 2}{y} \right| &= -2t + C_1 \\ \frac{y - 2}{y} &= Ce^{-2t}\end{aligned}$$

$$y(0) = 0,5 \Rightarrow C = 3$$

Окончательное решение принимает вид

$$y = \frac{2}{1 + 3e^{-2t}}$$

Ответ: объем реализованной продукции определяется функцией $y = \frac{2}{1 + 3e^{-2t}}$

Критерии оценивания:

– адаптировать модель роста в условиях конкурентного рынка для решаемой задачи;

– найти общее решение полученного дифференциального уравнения;

– выделить частное решение, соответствующее заданным начальным условиям

– найти функцию объема реализованной продукции.

Компетенции (индикаторы): УК-1

5. Решить задачу, используя методы интегрального исчисления:

Найти вероятность попадания оси шкива в кольцо $r_1^2 \leq x^2 + y^2 \leq r_2^2$, если ускорение оси ведомого вала редуктора распределено по нормальному закону с плотностью вероятности. $f(x, y) = \frac{1}{\sigma^2 2\pi} \cdot e^{-\frac{x^2+y^2}{2\sigma^2}}$

Привести расширенное решение.

Время выполнения – 20 мин.

Критерии оценивания:

- формализация технического процесса;
- интегрирование полученного уравнения;
- нахождение вероятности попадания оси шкива в колесо.

Ожидаемый результат:

$$\begin{aligned} P &= \iint_{r_1 < \rho < r_2} f(x, y) dx dy = \frac{1}{\sigma^2 2\pi} \iint_D e^{-\rho^2/2\sigma^2} \rho d\rho d\phi = \\ &= \frac{2\pi}{\sigma^2 2\pi} \int_{r_1}^{r_2} e^{-\rho^2/2\sigma^2} d(\rho^2/2) = -e^{-\rho^2/2\sigma^2} \Big|_{r_1}^{r_2} = \\ &= e^{-r_1^2/2\sigma^2} - e^{-r_2^2/2\sigma^2} \end{aligned}$$

Ответ: $P = e^{-r_1^2/2\sigma^2} - e^{-r_2^2/2\sigma^2}$.

Компетенции (индикаторы): УК-1

6. Решить задачу, используя методы интегрального исчисления:

Найти координаты центра тяжести однородного тела V , если

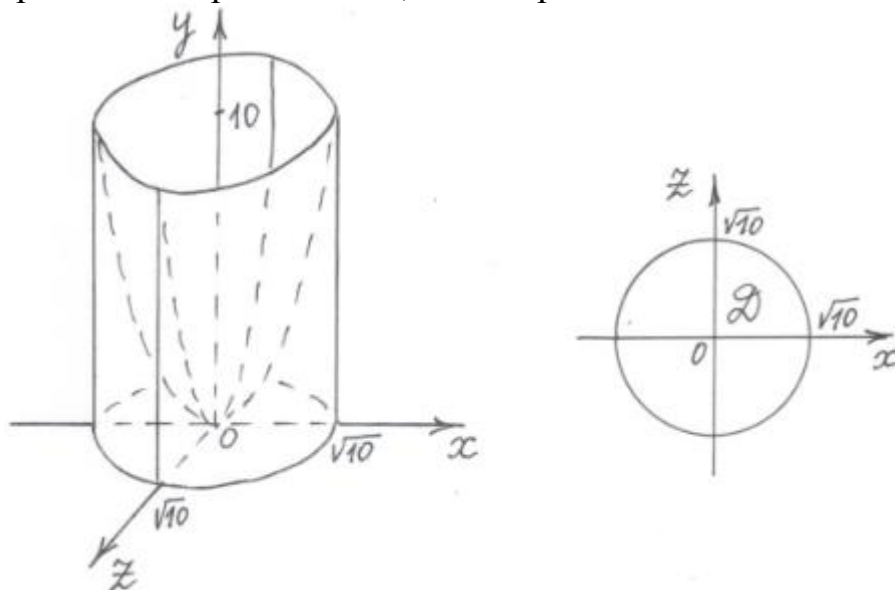
$$V = \{y = x^2 + z^2, x^2 + z^2 \leq 10, y = 0\}.$$

Привести расширенное решение.

Время выполнения – 30 мин.

Ожидаемый результат:

1. Тело ограничено параболоидом, цилиндром и плоскостью.



2. Тело однородно и симметрично относительно оси Oy , следовательно центр тяжести принадлежит оси $Oy \Rightarrow \{x_0 = 0, z_0 = 0\}$.

Находим y_0 :

В силу однородности тела примем C – плотность тела.

$$y_0 = \frac{M_{xOz}}{m} = \frac{\iiint_V Cy \, dx \, dy \, dz}{\iiint_V C \, dx \, dy \, dz} = \frac{\iiint_V y \, dx \, dy \, dz}{\iiint_V dx \, dy \, dz}$$

$$\iiint_V dx \, dy \, dz = \left\{ \begin{array}{l} x = r \cos \phi, y = y, z = r \sin \phi \\ dx \, dy \, dz = r \, dr \, d\phi \, dy \\ 0 \leq y \leq x^2 + z^2 \rightarrow 0 \leq y \leq r^2 \\ 0 \leq r \leq \sqrt{10}, 0 \leq \phi \leq 2\pi \end{array} \right\} = \iiint_V r \, dr \, d\phi \, dy =$$

$$= \int_0^{2\pi} d\phi \int_0^{\sqrt{10}} r \, dr \int_0^{r^2} dy = 2\pi \int_0^{\sqrt{10}} r^3 \, dr =$$

$$= 2\pi \frac{r^4}{4} \Big|_0^{\sqrt{10}} = 50\pi.$$

$$\iiint_V y \, dx \, dy \, dz = \int_0^{2\pi} d\phi \int_0^{\sqrt{10}} r \, dr \int_0^{r^2} y \, dy = \pi \int_0^{\sqrt{10}} r^5 \, dr =$$

$$= \pi \frac{r^6}{6} \Big|_0^{\sqrt{10}} = \frac{500\pi}{3}.$$

3.

$$y_0 = \frac{\frac{500\pi}{3}}{50\pi} = \frac{10}{3}$$

Ответ: координаты центра тяжести однородного тела V : $(0; \frac{10}{3}; 0)$.

Критерии оценивания:

- сделать эскиз тела V ;
- привести аналитические выражения для нахождения центра тяжести однородного тела V ;
- найти координаты центра тяжести однородного тела V .

Экспертное заключение

Представленный комплект оценочных материалов по дисциплине «Математика» соответствует требованиям ФГОС ВО.

Предлагаемые оценочные материалы адекватны целям и задачам реализации основной профессиональной образовательной программы по направлению подготовки 15.03.05 Конструкторско-технологическое обеспечение машиностроительных производств.

Виды оценочных средств, включенные в представленный фонд, отвечают основным принципам формирования ФОС.

Разработанные и представленные для экспертизы оценочные материалы рекомендуются к использованию в процессе подготовки обучающихся по указанному направлению.

Председатель учебно-методической комиссии
института компьютерных систем и
информационных технологий

Ветрова Н. Н.

Лист изменений и дополнений

№ п/п	Виды дополнений и изменений	Дата и номер протокола заседания кафедры (кафедр), на котором были рассмотрены и одобрены изменения и дополнения	Подпись (с расшифровкой) заведующего кафедрой (заведующих кафедрами)
1.	Дополнен комплектом оценочных материалов	Протокол заседания кафедры прикладной математики № <u>8</u> от <u>24.02.2025</u>	 В.В. Малый