

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ЛУГАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИМЕНИ ВЛАДИМИРА ДАЛЯ»

Факультет компьютерных систем и информационных технологий
Кафедра прикладной математики

УТВЕРЖДАЮ
Декан факультета компьютерных
систем и информационных технологий
_____ Кочевский А. А.
_____ » _____ 2023 г.



РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

«Общая теория рядов Фурье»

по направлению подготовки 01.04.02 Прикладная математика и информатика
магистерская программа «Математическое моделирование сложных систем»

Луганск – 2023

Лист согласования РПУД

Рабочая программа учебной дисциплины «Общая теория рядов Фурье» по направлению подготовки 01.04.02 Прикладная математика и информатика. – 11 с.

Рабочая программа учебной дисциплины «Общая теория рядов Фурье» составлена на основе федерального государственного образовательного стандарта высшего образования по направлению подготовки 01.04.02 Прикладная математика и информатика, утвержденного приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 10 января 2018 года № 13 (с изменениями и дополнениями), зарегистрированного в Министерстве юстиции Российской Федерации 06 февраля 2018 года за № 49939, учебного плана по направлению подготовки 01.04.02 Прикладная математика и информатика, (магистерская программа «Математическое моделирование сложных систем») и Положения о рабочей программе учебной дисциплины в ФГБОУ ВО «ЛГУ им. В. Даля».

СОСТАВИТЕЛЬ

канд. техн. наук, доцент, профессор кафедры прикладной математики Тарашанский М. Т.
канд. физ.-мат. наук, доцент, доцент кафедры прикладной математики Щелоков В. С.

Рабочая программа дисциплины утверждена на заседании кафедры прикладной математики

18 апреля 2023 г., протокол № 10

Заведующий кафедрой прикладной математики _____ Малый В. В.

Переутверждена: «___» _____ 20__ г., протокол № _____

Согласована:

Декан факультета компьютерных систем и информационных технологий _____ Кочевский А. А.

Рекомендована на заседании учебно-методической комиссии факультета компьютерных систем и информационных технологий

19 апреля 2023 г., протокол № 8

Председатель учебно-методической комиссии факультета компьютерных систем и информационных технологий _____ Ветрова Н. Н.

Структура и содержание дисциплины

1. Цели и задачи дисциплины, ее место в учебном процессе

Цель изучения дисциплины – овладение студентами основными понятиями и методами функционального анализа, и его приложениями к теории рядов Фурье.

Задачи: развитие логического и абстрактного мышления студентов; овладение студентами методами исследования и решения задач теории функционального анализа; выработка у студентов умения самостоятельно расширять свои математические знания и проводить математический анализ прикладных задач с использованием аппарата общей теории рядов Фурье.

2. Место дисциплины в структуре ОПОП ВО

Дисциплина «Общая теория рядов Фурье» входит в блок дисциплин обязательной части учебного плана.

Содержание дисциплины является логическим продолжением содержания дисциплин: «Математический анализ», «Функциональный анализ», «Алгебра и геометрия», «Уравнение математической физики» и служит основой для освоения дисциплин: «Математическое моделирование сложных систем», «Математические модели социально-экономических систем», «Математические модели природных систем».

3. Требования к результатам освоения содержания дисциплины

Студенты, завершившие изучение дисциплины «Общая теория рядов Фурье», должны

знать: определение метрического пространства, полного метрического пространства, примеры метрических пространств; определение открытых, замкнутых, ограниченных, всюду плотных, нигде не плотных множеств в метрических пространствах; принцип вложенных шаров в полном метрическом пространстве; принцип сжимающих отображений и примеры его применения к алгебраическим, дифференциальным и интегральным уравнениям; определение компактного множества в метрическом пространстве, критерий компактности Хаусдорфа; критерий компактности множеств в пространствах $C_{[a,b]}$ и $l_p, p \geq 1$; определение линейного нормированного пространства, банахова пространства, примеры линейных нормированных пространств; определение линейного функционала и линейного оператора; определение ограниченного линейного функционала и ограниченного линейного оператора, понятие нормы функционала и оператора; общий вид непрерывного линейного функционала в $C_{[a,b]}$ и $l_p, p \geq 1$; теоремы Хана-Банаха, Банаха-Штейнгауза, Банаха об обратном операторе; понятие предгильбертова и гильбертова пространства, примеры гильбертовых пространств; понятие проекции вектора на подпространство в гильбертовом пространстве, понятие ортогонального дополнения; ортонормированные системы векторов в гильбертовых пространствах,

полиномы Лежандра; коэффициенты Фурье и их минимальное свойство, ряды Фурье; неравенство Бесселя и равенство Парсеваля; полнота тригонометрической системы в $L_2[a, b]$; теорема Рисса об общем виде непрерывного линейного функционала в гильбертовом пространстве.

уметь: использовать основные понятия и методы функционального анализа; решать типовые задачи; использовать утверждения и теоремы функционального анализа при исследовании математических моделей на предмет существования решения, построения приближенного решения, устойчивости построенной аппроксимационной схемы приближенного решения, обращаться к информационным системам (Интернет, справочная и другая математическая литература) для пополнения и уточнения математических знаний.

владеть навыками: применения понятийного аппарата и методов функционального анализа для выражения количественных и качественных отношений, математическими методами и алгоритмами в приложениях к техническим наукам.

Перечисленные результаты образования являются основой для формирования следующих компетенций (в соответствии с ФГОС ВО и требованиями к результатам освоения основной профессиональной образовательной программы (ОПОП ВО):

общепрофессиональных:

ОПК-1 способен решать актуальные задачи фундаментальной и прикладной математики

4. Структура и содержание дисциплины

4.1. Объем учебной дисциплины и виды учебной работы

Вид учебной работы	Объем часов (з.е.)		
	Очная форма	Очно-заочная форма	Заочная форма
Объем учебной дисциплины (всего)	180 (5 з.е.)	180 (4 з.е.)	-
Обязательная аудиторная учебная нагрузка дисциплины (всего) в том числе:	64	24	-
Лекции	32	12	-
Семинарские занятия	-	-	-
Практические занятия	32	12	-
Лабораторные работы	-	-	-
Курсовая работа (курсовой проект)	-	-	-
Индивидуальное задание	18	18	-
Самостоятельная работа студента (всего)	116	158	-
Форма аттестации	экзамен	экзамен	-

4.2. Содержание разделов дисциплины

Тема 1. Элементы теории множеств

Множества. Операции над множествами. Функция на множестве. Бинарные отношения. Бесконечные множества. Мощность множества. Теорема Кантора—Бернштейна. Упорядоченность на множестве. Вполне упорядоченные множества. Аксиома выбора. Теорема Цермело. Лемма Цорна.

Тема 2. Линейные функциональные пространства

Примеры метрических пространств. Определение метрического пространства, примеры. Неравенства Гельдера и Минковского. Открытые и замкнутые множества, их свойства. Окрестности точки, их свойства. Сходимость в метрическом пространстве. Полные метрические пространства. Сепарабельные пространства. Компактные множества, их свойства. Критерий компактности в пространстве непрерывных функций. Непрерывные операторы и функционалы, их свойства. Оператор сжатия, теорема Банаха. Теорема существования и единственности для дифференциальных уравнений. Применение принципа сжимающих отображений к интегральным уравнениям.

Тема 3. Нормированные пространства, линейные операторы и функционалы.

Определение нормированных пространств, примеры. Сходящиеся последовательности, их свойства. Полные нормированные пространства, критерий полноты.

Определение и примеры линейных непрерывных операторов. Непрерывность и ограниченность. Норма линейного непрерывного оператора. Полнота пространства линейных непрерывных операторов. Распространение линейных операторов. Последовательности линейных операторов. Теорема Банаха – Штейнгауза. Суперпозиции операторов, обратные операторы. Теоремы об обратимости операторов. Теорема Банаха об обратном операторе (без доказательства).

Линейные функционалы. Распространение линейных непрерывных функционалов, теорема Хана – Банаха. Сопряженное пространство, примеры сопряженных пространств. Слабая сходимость в нормированных пространствах. Слабая сходимость в сопряженном пространстве. Второе сопряженное пространство. Рефлексивные пространства, примеры.

Счетно-нормированные пространства. Пространство основных функций. Обобщенные функции, действия над ними.

Тема 4. Гильбертовы пространства. Общая теория рядов Фурье

Определение гильбертова пространства, примеры. Ортогональные элементы, их свойства. Проекция элемента на подпространство. Процесс ортогонализации. Ортонормированные последовательности, ряды Фурье.

Неравенства Бесселя, равенство Парсеваля. Полные ортонормированные последовательности. Полнота тригонометрической системы в $L^2_{[\pi,\pi]}$.

Сопряженные операторы, их свойства. Самосопряженные операторы, их свойства. Собственные числа и собственные элементы оператора, их свойства. Спектр оператора. Свойства спектра самосопряженного оператора. Резольвента оператора, ее свойства. Интегральные самосопряженные операторы, их свойства. Неограниченные симметричные операторы, их свойства. Дифференциальные симметричные операторы, уравнения Штурма – Лиувилля.

Определения вполне непрерывных операторов, примеры. Спектр вполне непрерывного самосопряженного оператора. Разложение значений оператора по собственным элементам. Решение уравнения $(A - \lambda I)x = y$. Интегральные уравнения с симметричным ядром. Применение интегральных операторов к краевым задачам Штурма – Лиувилля.

4.3. Лекции

№ п/п	Название темы	Объем часов		
		Очная форма	Очно-заочная форма	Заочная форма
Тема 1.	Элементы теории множеств	4	2	-
Тема 2.	Линейные функциональные пространства	4	2	-
Тема 3.	Нормированные пространства, линейные операторы и функционалы	4	2	-
Тема 4.	Гильбертовы пространства. Общая теория рядов Фурье	20	6	-
Итого:		32	12	-

4.4. Практические (семинарские) занятия

№ п/п	Название темы	Объем часов		
		Очная форма	Очно-заочная форма	Заочная форма
Тема 1.	Элементы теории множеств	4	2	-
Тема 2.	Линейные функциональные пространства	4	2	-
Тема 3.	Нормированные пространства, линейные операторы и функционалы	4	2	-
Тема 4.	Гильбертовы пространства. Общая теория рядов Фурье	20	6	-
Итого:		32	12	-

4.5. Лабораторные работы

Не предусмотрены

4.6. Самостоятельная работа студентов

№ п/п	Название темы	Вид СРС	Объем часов		
			Очная форма	Очно-заочная форма	Заочная форма
Тема 1.	Элементы теории множеств	подготовка к контрольной работе; выполнение индивидуального задания; подготовка к экзамену	16	20	-
Тема 2.	Линейные функциональные пространства	подготовка к контрольной работе; выполнение индивидуального задания; подготовка к экзамену	16	20	-
Тема 3.	Нормированные пространства, линейные операторы и функционалы.	подготовка к контрольной работе; выполнение индивидуального задания; подготовка к экзамену	16	20	-
Тема 4.	Гильбертовы пространства. Общая теория рядов Фурье	подготовка к контрольной работе; выполнение индивидуального задания; подготовка к экзамену	68	98	-
Итого:			116	158	-

4.7. Курсовые работы/проекты

Курсовые работы (проекты) не предусмотрены.

5. Образовательные технологии

Преподавание дисциплины ведется с применением следующих видов образовательных технологий:

– традиционные объяснительно-иллюстративные технологии, которые обеспечивают доступность учебного материала для большинства студентов, системность, отработанность организационных форм и привычных методов, относительно малые затраты времени;

– технологии проблемного обучения, направленные на развитие познавательной активности, творческой самостоятельности студентов и предполагающие последовательное и целенаправленное выдвижение перед студентом познавательных задач, разрешение которых позволяет студентам активно усваивать знания (используются поисковые методы; постановка познавательных задач);

– технологии развивающего обучения, позволяющие ориентировать учебный процесс на потенциальные возможности студентов, их реализацию и развитие;

– технологии концентрированного обучения, суть которых состоит в создании максимально близкой к естественным психологическим особенностям человеческого восприятия структуры учебного процесса и которые дают возможность глубокого и системного изучения содержания учебных дисциплин за счет объединения занятий в тематические блоки;

– технологии модульного обучения, дающие возможность обеспечения гибкости процесса обучения, адаптации его к индивидуальным потребностям и особенностям обучающихся (применяются, как правило, при самостоятельном обучении студентов по индивидуальному учебному плану);

– технологии дифференцированного обучения, обеспечивающие возможность создания оптимальных условий для развития интересов и способностей студентов, в том числе и студентов с особыми образовательными потребностями, что позволяет реализовать в культурно-образовательном пространстве университета идею создания равных возможностей для получения образования

– технологии активного (контекстного) обучения, с помощью которых осуществляется моделирование предметного, проблемного и социального содержания будущей профессиональной деятельности студентов (используются активные и интерактивные методы обучения) и т.д.

Максимальная эффективность педагогического процесса достигается путем конструирования оптимального комплекса педагогических технологий и (или) их элементов на личностно-ориентированной, деятельностной, диалогической основе и использования необходимых современных средств обучения.

6. Формы контроля освоения дисциплины

Текущая аттестация студентов производится в дискретные временные интервалы лектором или преподавателем, ведущим практические занятия по дисциплине, в следующих формах:

- фронтальные и индивидуальные опросы;
- контрольные работы;
- защита индивидуальных заданий.

Фонды оценочных средств, включающие типовые индивидуальные задания, контрольные работы, позволяющие оценить результаты текущей и промежуточной аттестации обучающихся по данной дисциплине, помещаются в приложении к рабочей программе в соответствии с «Положением о фонде оценочных средств».

Промежуточная аттестация по результатам освоения дисциплины проходит в форме письменного экзамена, включающего теоретические вопросы и практические задания. В случае неполного, спорного или некорректного выполнения задания письменного экзамена, допускается уточняющий устный опрос студента, на основании которого возможна корректировка оценки результатов промежуточной аттестации. Допуск к промежуточной аттестации производится на основании положительных результатов по всем формам текущего контроля.

В экзаменационную ведомость и зачетную книжку выставляются оценки по шкале, приведенной в таблице.

Шкала оценивания	Характеристика знания предмета и ответов
------------------	--

отлично (5)	Студент глубоко и в полном объеме владеет программным материалом. Грамотно, исчерпывающе и логично его излагает в устной или письменной форме. При этом знает рекомендованную литературу, проявляет творческий подход в ответах на вопросы и правильно обосновывает принятые решения, хорошо владеет умениями и навыками при выполнении практических задач.
хорошо (4)	Студент знает программный материал, грамотно и по сути излагает его в устной или письменной форме, допуская незначительные неточности в утверждениях, трактовках, определениях и категориях или незначительное количество ошибок. При этом владеет необходимыми умениями и навыками при выполнении практических задач.
удовлетворительно (3)	Студент знает только основной программный материал, допускает неточности, недостаточно четкие формулировки, непоследовательность в ответах, излагаемых в устной или письменной форме. При этом недостаточно владеет умениями и навыками при выполнении практических задач. Допускает до 30% ошибок в излагаемых ответах.
неудовлетворительно (2)	Студент не знает значительной части программного материала. При этом допускает принципиальные ошибки в доказательствах, в трактовке понятий и категорий, проявляет низкую культуру знаний, не владеет основными умениями и навыками при выполнении практических задач. Студент отказывается от ответов на дополнительные вопросы.

7. Учебно-методическое и программно-информационное обеспечение дисциплины:

а) основная литература:

Камынин Л.И., Курс математического анализа. Т. II : учебник / Камынин Л. И. - М. : Издательство Московского государственного университета, 1995. - 624 с. - ISBN 5-211-02065-0 - Текст : электронный // ЭБС "Консультант студента" : [сайт]. - URL : <http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN5211020650.html> (дата обращения: 01.09.2022). - Режим доступа : по подписке.

Колмогоров А.Н., Элементы теории функций и функционального анализа / Колмогоров А.Н., Фомин С.В. - 7-е изд. - М. : ФИЗМАТЛИТ, 2009. - 572 с. - ISBN 978-5-9221-0266-7 - Текст : электронный // ЭБС "Консультант студента" : [сайт]. - URL : <http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785922102667.html> (дата обращения: 01.09.2022). - Режим доступа : по подписке.

Треногин В.А., Функциональный анализ : Учебник. / Треногин В.А. - 3-е изд., испр. - М. : ФИЗМАТЛИТ, 2002. - 488 с. - ISBN 5-9221-0272-9 - Текст : электронный // ЭБС "Консультант студента" : [сайт]. - URL : <http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN5922102729.html> (дата обращения: 01.09.2022). - Режим доступа : по подписке.

б) дополнительная литература:

Арлинский Ю. М. Введение в функциональный анализ [Текст] : учеб. пособие / Ю. М. Арлинский ; М-во образования и науки Украины,

Востоchnoукp. нац. ун-т им. В. Даля. - Луганск : [Изд-во ВНУ им. В. Даля], 2002. - 159 с.

Арлинский Ю. М. Сборник задач по функциональному анализу [Электронный ресурс] : учеб. пособие / Ю. М. Арлинский, А. Б. Попов, Н. Ю. Щестюк. - Луганск : ВНУ им. В. Даля, 2011. - 100 с.

Арлинский Ю.М., Таращанский М.Т., Щестюк Н.Ю. Элементы теории множеств. – Луганск. 2007. – 101 с.

Колмогоров А. Н. Элементы теории функций и функционального анализа [Текст] : учебник / А. Н. Колмогоров, С. В. Фомин. - 6-е изд., испр. - М. : Наука, 1989. - 624 с.

Рид М. Методы современной математической физики. Т. 1. Функциональный анализ [Текст] / М. Рид, Б. Саймон ; пер. с англ. А. К. Погребкова и В. Н. Сушко; под ред. М. К. Поливанова. - М. : Мир, 1977. - 357 с.

Суетин П.К., Классические ортогональные многочлены / Суетин П.К. - 3-е изд., перераб. и доп. - М. : ФИЗМАТЛИТ, 2007. - 480 с. - ISBN 978-5-9221-0406-7 - Текст : электронный // ЭБС "Консультант студента" : [сайт]. - URL : <http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785922104067.html> (дата обращения: 01.09.2022). - Режим доступа : по подписке.

в) методические указания:

Конспект лекций по функциональному анализу [Электронный ресурс] : учебное пособие / сост.: М. А. Таращанский, Е. Ю. Чалая. - Луганск : ЛНУ им. В. Даля, 2017. - 168 с.

Малый В.В. Общая теория рядов Фурье: Конспект лекций (для студентов, обучающихся по направлению 01.04.02 Прикладная математика и информатика) / В.В. Малый В.В., Д.В. Малый, В.С. Щелоков – Луганск: ЛНУ им. В. Даля, 2019. – 80 с.

Таращанский М. Т. Ортогональные системы и специальные функции математической физики [Электронный ресурс] : учеб. пособие / М. Т. Таращанский, В. С. Щелоков. - Луганск : ЛНУ им. В. Даля, 2019. - 204 с.

г) Интернет-ресурсы:

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации – <https://minobrnauki.gov.ru/>

Федеральная служба по надзору в сфере образования и науки – <http://obrnadzor.gov.ru/>

Портал Федеральных государственных образовательных стандартов высшего образования – <http://fgosvo.ru>

Федеральный портал «Российское образование» – <http://www.edu.ru/>

Информационная система «Единое окно доступа к образовательным ресурсам» – <http://window.edu.ru/>

Федеральный центр информационно-образовательных ресурсов – <http://fcior.edu.ru/>

Электронные библиотечные системы и ресурсы

Электронно-библиотечная система «Консультант студента» – <http://www.studentlibrary.ru/cgi-bin/mb4x>

Информационный ресурс библиотеки образовательной организации

Научная библиотека имени А. Н. Коняева – <http://biblio.dahluniver.ru/>

8. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Освоение дисциплины предполагает использование академических аудиторий, соответствующих действующим санитарным и противопожарным правилам и нормам.

Прочее: рабочее место преподавателя, оснащенное компьютером с доступом в Интернет.

Программное обеспечение:

Функциональное назначение	Бесплатное программное обеспечение	Ссылки
Офисный пакет	Libre Office 6.3.1	https://www.libreoffice.org/ https://ru.wikipedia.org/wiki/LibreOffice
Операционная система	UBUNTU 19.04	https://ubuntu.com/ https://ru.wikipedia.org/wiki/Ubuntu
Браузер	Firefox Mozilla	http://www.mozilla.org/ru/firefox/fx
Браузер	Opera	http://www.opera.com
Почтовый клиент	Mozilla Thunderbird	http://www.mozilla.org/ru/thunderbird
Файл-менеджер	Far Manager	http://www.farmanager.com/download.php
Архиватор	7Zip	http://www.7-zip.org/
Графический редактор	GIMP (GNU Image Manipulation Program)	http://www.gimp.org/ http://gimp.ru/viewpage.php?page_id=8 http://ru.wikipedia.org/wiki/GIMP
Редактор PDF	PDFCreator	http://www.pdfforge.org/pdfcreator
Аудиоплеер	VLC	http://www.videolan.org/vlc/