

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ЛУГАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИМЕНИ ВЛАДИМИРА ДАЛЯ»

Факультет компьютерных систем и информационных технологий
Кафедра прикладной математики

УТВЕРЖДАЮ
Декан факультета компьютерных систем и информационных технологий
Кочевский А. А.
_____ апреля _____ 2023 г.



РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

«Векторный и тензорный анализ»

по направлению подготовки 01.03.03 Механика и математическое моделирование

профиль подготовки «Механика деформируемых тел и сред»

Лист согласования РПУД

Рабочая программа учебной дисциплины «Векторный и тензорный анализ» по направлению подготовки 01.03.03 Механика и математическое моделирование. – 12 с.

Рабочая программа учебной дисциплины «Векторный и тензорный анализ» составлена на основе федерального государственного образовательного стандарта высшего образования по направлению подготовки 01.03.03 Механика и математическое моделирование, утвержденного приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 10 января 2018 года № 10 (с изменениями и дополнениями), зарегистрированного в Министерстве юстиции Российской Федерации 06 февраля 2018 года за № 49933, учебного плана по направлению подготовки 01.03.03 Механика и математическое моделирование, (профиль «Механика деформируемых тел и сред») и Положения о рабочей программе учебной дисциплины в ФГБОУ ВО «ЛГУ им. В. Даля».

СОСТАВИТЕЛЬ

канд. техн. наук, доцент, заведующий кафедрой прикладной математики Малый В. В.
старший преподаватель кафедры прикладной математики Киркина Т. Ю.

Рабочая программа дисциплины утверждена на заседании кафедры прикладной математики

18 апреля 2023 г., протокол № 10

Заведующий кафедрой прикладной математики _____ Малый В. В.

Переутверждена: «___» _____ 20___ г., протокол № _____

Согласована:

Декан факультета компьютерных систем и информационных технологий _____ Кочевский А. А.

Рекомендована на заседании учебно-методической комиссии факультета компьютерных систем и информационных технологий

19 апреля 2023 г., протокол № 8

Председатель учебно-методической комиссии факультета компьютерных систем и информационных технологий _____ Ветрова Н. Н.

© Малый В. В., Киркина Т.Ю., 2023 год

© ФГБОУ ВО «ЛГУ им. В. Даля», 2023 год

Структура и содержание дисциплины

1. Цели и задачи дисциплины, ее место в учебном процессе

Цель изучения дисциплины – теоретическое и практическое изучение совокупности методов теории конечномерных векторных пространств, применяющихся при решении прикладных задач векторного и тензорного анализа, что составляет базу естественнонаучной и профессиональной подготовки будущих бакалавров, способных выполнять все виды профессиональной деятельности.

Задачи:

1) формирование основных представлений о теоретических основах и практических приложениях аппарата векторной алгебры, приложениях различных методов векторного анализа к задачам физики и других естественных наук;

2) изучение основных положений алгебраической теории тензоров как разделе линейной алгебры: преобразования тензорных полей при замене системы координат, метрический тензор, символы Римана-Кристоффеля, ковариантное дифференцирование; применение аппарата тензорного анализа к классическим дифференциальным операциям в криволинейной системе координат.

3) привитие студентам навыков: сбора, обработки, анализа, систематизации и презентации научно-технической информации, отечественного и зарубежного опыта в сфере профессиональной деятельности;

4) анализа состояния научно-технической проблемы на основе подбора и изучения литературных и патентных источников;

5) моделирования объектов и процессов с целью анализа и оптимизации их параметров с использованием имеющихся средств исследования;

6) воспитание культуры современного научного мышления;

7) выработка навыков и умений самостоятельного расширения и углубления знаний и проведение анализа задач в профессиональной сфере.

2. Место дисциплины в структуре ОПОП ВО

Дисциплина «Векторный и тензорный анализ» входит в блок дисциплин части учебного плана, формируемой участниками образовательных отношений.

Содержание дисциплины является логическим продолжением содержания дисциплин: «Математический анализ», «Алгебра и геометрия» и служит основой для освоения дисциплин: выполнения квалификационной работы.

3. Требования к результатам освоения содержания дисциплины

Студенты, завершившие изучение дисциплины «Векторный и тензорный анализ», должны

знать: основные операции векторной алгебры: сложение и вычитание векторов; умножение вектора на скаляр; скалярное и векторное произведение двух векторов; смешанное произведение векторов; определение взаимных базисов векторов; ковариантных и контравариантных составляющих вектора, переменных векторов; понятие тензора и закон преобразования его компонент; основные операции тензорной алгебры; основные понятия и теоремы векторного и тензорного анализа: тензорное поле; циркуляция; теорема Остроградского и теорема Стокса; скалярное поле; векторное поле; поле тензора второго ранга: поток, дивергенция и производная по направлению тензорного поля;

уметь: доказывать основные теоремы курса;

владеть: ковариантное дифференцирование тензоров; ковариантная производная вектора; символы Кристоффеля; применение дифференциальных операций к различному виду векторных и скалярных функций.

Перечисленные результаты образования являются основой для формирования следующих компетенций (в соответствии с ФГОС ВО и требованиями к результатам освоения основной профессиональной образовательной программы (ОПОП ВО):

общепрофессиональных:

ОПК-1 способен использовать фундаментальные знания, полученные в области математических и естественных наук, в профессиональной деятельности

ОПК-5 способен использовать в педагогической деятельности научные основы знаний в сфере математики и механики

4. Структура и содержание дисциплины

4.1. Объем учебной дисциплины и виды учебной работы

Вид учебной работы	Объем часов (з.е.)		
	Очная форма	Очно-заочная форма	Заочная форма
Объем учебной дисциплины (всего)	108 (3 з.е.)	108 (3 з.е.)	-
Обязательная аудиторная учебная нагрузка дисциплины (всего) в том числе:	56	24	-
Лекции	28	12	-
Семинарские занятия	-	-	-
Практические занятия	28	12	-
Лабораторные работы	-	-	-
Курсовая работа (курсовой проект)	-	-	-
Индивидуальное задание	18	18	-
Самостоятельная работа студента (всего)	52	84	-
Форма аттестации	зачет	зачет	-

4.2. Содержание разделов дисциплины

Тема 1. Линейные операции над векторами.

Векторы и скаляры. Сложение и вычитание векторов. Проекция вектора на ось. Умножение вектора на скаляр. Линейная зависимость векторов. Разложение вектора.

Тема 2. Скалярное и векторное произведение векторов. Смешанное произведение векторов.

Тема 3. Взаимные базисы векторов. Ковариантные и контравариантные компоненты вектора. Сокращенные обозначения. Переменные векторы.

Тема 4. Тензорная алгебра.

Сложение тензоров. Умножение тензоров. Свертывание тензоров. Свойство симметрии тензоров. Единичный тензор. Метрический тензор.

Тема 5. Главные оси тензора.

Приведение тензора к главным осям. Инварианты тензора. Признак тензорности величин. Псевдотензоры.

Тема 6. Линейное n -мерное пространство. Векторы и тензоры в n -мерном пространстве.

Тема 7. Тензорное поле; циркуляция; теорема Остроградского и теорема Стокса.

Тема 8. Скалярное поле. Производная по направлению. Оператор Δ

Тема 9. Векторное поле. Дивергенция и вихрь векторного поля. Дифференцирование вектора по направлению.

Тема 10. Поле тензора 2-го ранга. Поток, дивергенция и производная по направлению тензорного поля.

Тема 11. Ковариантное дифференцирование тензоров; ковариантная производная вектора; символы Кристоффеля. Применение дифференциальных операций к различного вида векторным и скалярным функциям.

Тема 12. Интегральные теоремы векторного и тензорного анализа.

Тема 13. Потенциальное векторное поле. Скалярный потенциал. Соленоидальное векторное поле. Векторный потенциал.

Тема 14. Лапласово векторное поле. Гармонические функции. Основная теорема векторного анализа.

4.3. Лекции

№ п/п	Название темы	Объем часов		
		Очная форма	Очно-заочная форма	Заочная форма
1	Линейное n -мерное пространство. Векторы и тензоры в n -мерном пространстве.	2	1	-
2	Тензорное поле; циркуляция; теорема Остроградского и теорема Стокса.	2	1	-

3	Скалярное поле. Производная по направлению. Оператор Δ	2	1	-
4	Векторное поле. Дивергенция и вихрь векторного поля. Дифференцирование вектора по направлению.	2	1	-
5	Поле тензора 2-го ранга. Поток, дивергенция и производная по направлению тензорного поля.	2	1	-
6	Ковариантное дифференцирование тензоров; ковариантная производная вектора; символы Кристоффеля.	2	1	-
7	Интегральные теоремы векторного и тензорного анализа	2	1	-
8	Потенциальное векторное поле. Скалярный потенциал. Соленоидальное векторное поле. Векторный потенциал.	2	1	-
9	Лапласово векторное поле. Гармонические функции. Основная теорема векторного анализа.	2	1	-
10	Линейное n -мерное пространство. Векторы и тензоры в n -мерном пространстве.	2	1	-
11	Тензорное поле; циркуляция; теорема Остроградского и теорема Стокса.	2	1	-
12	Скалярное поле. Производная по направлению. Оператор Δ	2	1	-
13	Векторное поле. Дивергенция и вихрь векторного поля. Дифференцирование вектора по направлению.	2	-	-
14	Поле тензора 2-го ранга. Поток, дивергенция и производная по направлению тензорного поля.	2	-	-
Итого:		28	12	-

4.4. Практические (семинарские) занятия

№ п/п	Название темы	Объем часов		
		Очная форма	Очно-заочная форма	Заочная форма
1	Линейное n -мерное пространство. Векторы и тензоры в n -мерном пространстве.	2	1	-
2	Тензорное поле; циркуляция; теорема Остроградского и теорема Стокса.	2	1	-
3	Скалярное поле. Производная по направлению. Оператор Δ	2	1	-
4	Векторное поле. Дивергенция и вихрь векторного поля. Дифференцирование вектора по направлению.	2	1	-
5	Поле тензора 2-го ранга. Поток, дивергенция и производная по направлению тензорного поля.	2	1	-
6	Ковариантное дифференцирование тензоров; ковариантная производная вектора; символы Кристоффеля.	2	1	-
7	Интегральные теоремы векторного и тензорного анализа	2	1	-

8	Потенциальное векторное поле. Скалярный потенциал. Соленоидальное векторное поле. Векторный потенциал.	2	1	-
9	Лапласово векторное поле. Гармонические функции. Основная теорема векторного анализа.	2	1	-
10	Линейное n -мерное пространство. Векторы и тензоры в n -мерном пространстве.	2	1	-
11	Тензорное поле; циркуляция; теорема Остроградского и теорема Стокса.	2	1	-
12	Скалярное поле. Производная по направлению. Оператор Δ	2	1	-
13	Векторное поле. Дивергенция и вихрь векторного поля. Дифференцирование вектора по направлению.	2	-	-
14	Поле тензора 2-го ранга. Поток, дивергенция и производная по направлению тензорного поля.	2	-	-
Итого:		28	12	-

4.5. Лабораторные работы

Не предусмотрены

4.6. Самостоятельная работа студентов

№ п/п	Название темы	Вид СРС	Объем часов		
			Очная форма	Очно-заочная форма	Заочная форма
1	Линейные операции над векторами.	подготовка к контрольной работе; выполнение индивидуального задания	2	6	-
2	Скалярное и векторное произведение векторов. Смешанное произведение векторов.	подготовка к контрольной работе; выполнение индивидуального задания.	2	6	-
3	Взаимные базисы векторов. Ковариантные и контравариантные компоненты вектора. Сокращенные обозначения. Переменные векторы.	подготовка к контрольной работе; выполнение индивидуального задания.	4	6	-
4	Тензорная алгебра.	подготовка к контрольной работе; выполнение индивидуального задания.	4	6	-
5	Главные оси тензора.	подготовка к контрольной работе; выполнение индивидуального задания.	4	6	-
6	Линейное n -мерное пространство. Векторы и тензоры в n -мерном пространстве.	подготовка к контрольной работе; выполнение индивидуального задания.	4	6	-

7	Тензорное поле; циркуляция; теорема Остроградского и теорема Стокса.	подготовка к контрольной работе; выполнение индивидуального задания	4	6	-
8	Скалярное поле. Производная по направлению. Оператор Δ	подготовка к контрольной работе; выполнение индивидуального задания	4	6	-
9	Векторное поле. Дивергенция и вихрь векторного поля. Дифференцирование вектора по направлению.	подготовка к контрольной работе; выполнение индивидуального задания	4	6	-
10	Поле тензора 2-го ранга. Поток, дивергенция и производная по направлению тензорного поля.	подготовка к контрольной работе; выполнение индивидуального задания	4	6	-
11	Ковариантное дифференцирование тензоров; ковариантная производная вектора; символы Кристоффеля.	подготовка к контрольной работе; выполнение индивидуального задания	4	6	-
12	Интегральные теоремы векторного и тензорного анализа	подготовка к контрольной работе; выполнение индивидуального задания	4	6	-
13	Потенциальное векторное поле. Скалярный потенциал. Соленоидальное векторное поле. Векторный потенциал.	подготовка к контрольной работе; выполнение индивидуального задания	4	6	-
14	Лапласово векторное поле. Гармонические функции. Основная теорема векторного анализа.	подготовка к контрольной работе; выполнение индивидуального задания	4	6	-
Итого:			52	84	-

4.7. Курсовые работы/проекты

Курсовые работы (проекты) не предусмотрены.

5. Образовательные технологии

Преподавание дисциплины ведется с применением следующих видов образовательных технологий:

– традиционные объяснительно-иллюстративные технологии, которые обеспечивают доступность учебного материала для большинства студентов, системность, отработанность организационных форм и привычных методов, относительно малые затраты времени;

– технологии проблемного обучения, направленные на развитие познавательной активности, творческой самостоятельности студентов и предполагающие последовательное и целенаправленное выдвижение перед студентом познавательных задач, разрешение которых позволяет студентам активно усваивать знания (используются поисковые методы; постановка познавательных задач);

– технологии развивающего обучения, позволяющие ориентировать учебный процесс на потенциальные возможности студентов, их реализацию и развитие;

– технологии концентрированного обучения, суть которых состоит в создании максимально близкой к естественным психологическим особенностям человеческого восприятия структуры учебного процесса и которые дают возможность глубокого и системного изучения содержания учебных дисциплин за счет объединения занятий в тематические блоки;

– технологии модульного обучения, дающие возможность обеспечения гибкости процесса обучения, адаптации его к индивидуальным потребностям и особенностям обучающихся (применяются, как правило, при самостоятельном обучении студентов по индивидуальному учебному плану);

– технологии дифференцированного обучения, обеспечивающие возможность создания оптимальных условий для развития интересов и способностей студентов, в том числе и студентов с особыми образовательными потребностями, что позволяет реализовать в культурно-образовательном пространстве университета идею создания равных возможностей для получения образования

– технологии активного (контекстного) обучения, с помощью которых осуществляется моделирование предметного, проблемного и социального содержания будущей профессиональной деятельности студентов (используются активные и интерактивные методы обучения) и т.д.

Максимальная эффективность педагогического процесса достигается путем конструирования оптимального комплекса педагогических технологий и (или) их элементов на личностно-ориентированной, деятельностной, диалогической основе и использования необходимых современных средств обучения.

6. Формы контроля освоения дисциплины

Текущая аттестация студентов производится в дискретные временные интервалы лектором или преподавателем, ведущим практические занятия по дисциплине, в следующих формах:

- фронтальные и индивидуальные опросы;
- контрольные работы;
- защита индивидуальных заданий.

Фонды оценочных средств, включающие типовые индивидуальные задания, контрольные работы, позволяющие оценить результаты текущей и промежуточной аттестации обучающихся по данной дисциплине, помещаются

в приложении к рабочей программе в соответствии с «Положением о фонде оценочных средств».

Промежуточная аттестация по результатам освоения дисциплины проходит в форме зачета (предполагает выполнение всех видов учебной работы, предусмотренных рабочей программой учебной дисциплины)

В экзаменационную ведомость и зачетную книжку выставляются оценки по шкале, приведенной в таблице.

Характеристика знания предмета и ответов	Зачеты
Студент глубоко и в полном объеме владеет программным материалом. Грамотно, исчерпывающе и логично его излагает в устной или письменной форме. При этом знает рекомендованную литературу, проявляет творческий подход в ответах на вопросы и правильно обосновывает принятые решения, хорошо владеет умениями и навыками при выполнении практических задач.	зачтено
Студент знает программный материал, грамотно и по сути излагает его в устной или письменной форме, допуская незначительные неточности в утверждениях, трактовках, определениях и категориях или незначительное количество ошибок. При этом владеет необходимыми умениями и навыками при выполнении практических задач.	
Студент знает только основной программный материал, допускает неточности, недостаточно четкие формулировки, непоследовательность в ответах, излагаемых в устной или письменной форме. При этом недостаточно владеет умениями и навыками при выполнении практических задач. Допускает до 30% ошибок в излагаемых ответах.	
Студент не знает значительной части программного материала. При этом допускает принципиальные ошибки в доказательствах, в трактовке понятий и категорий, проявляет низкую культуру знаний, не владеет основными умениями и навыками при выполнении практических задач. Студент отказывается от ответов на дополнительные вопросы.	не зачтено

7. Учебно-методическое и программно-информационное обеспечение дисциплины:

а) основная литература:

Акивис М.А., Тензорное исчисление : Учеб. пособ. / Акивис М. А., Гольдберг В. В. - 3-е изд., перераб - М. : ФИЗМАТЛИТ, 2011. - 304 с. - ISBN 5-9221-0424-1 - Текст : электронный // ЭБС "Консультант студента" : [сайт]. - URL : <http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN5922104241.html> (дата обращения: 01.09.2022). - Режим доступа : по подписке.

Борисенко А. И. Механика сплошной среды. В 3 ч. Ч. 1. Векторный анализ и начала тензорного исчисления [Текст] / А. И. Борисенко. - 6-е изд., испр. и доп. - Харьков : Золотые страницы, 2003. - 320 с.

Щетинин А.Н., Введение в тензорный анализ : Учеб. пособие / А.Н. Щетинин, Е.А. Губарева. - М. : Издательство МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2012. - 35 с. - ISBN -- - Текст : электронный // ЭБС "Консультант студента" : [сайт]. - URL : http://www.studentlibrary.ru/book/bauman_0021.html (дата обращения: 01.09.2022). - Режим доступа : по подписке.

б) дополнительная литература:

Аникин А.Ю., Теория поля : методические указания к решению задач по курсу "Кратные интегралы и ряды" / А.Ю. Аникин, Н.И. Сидняев, С.К.

Соболев. - М. : Издательство МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2013. - 106 с. - ISBN 978-5-7038-3763-4 - Текст : электронный // ЭБС "Консультант студента" : [сайт]. - URL : <http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785703837634.html> (дата обращения: 01.09.2022). - Режим доступа : по подписке.

Булах Е. Г. Основы векторного анализа и теория поля [Текст] : учеб. пособие / Е. Г. Булах, В. Н. Шуман. - К. : Наук. думка, 1998. - 359 с.

Гольдфайн И. А. Векторный анализ и теория поля [Текст] : учеб. пособие / И. А. Гольдфайн ; под ред. Р. С. Гутера. - 2-е изд. - М. : Наука, 1968. - 128 с.

Гопенгауз Б.Е., Основы тензорного анализа / Б.Е. Гопенгауз. - М. : МИСиС, 2001. - 165 с. - Текст : электронный // ЭБС "Консультант студента" : [сайт]. - URL : http://www.studentlibrary.ru/book/Misis_320.html (дата обращения: 01.09.2022). - Режим доступа : по подписке.

Кеплер Х. Основы тензорного исчисления и его применения в механике твердого тела [Текст] : учеб. пособие / Х. Кеплер, В. В. Киричевский, Г. Б. Ковнеристова. - К. : УМК ВО, 1992. - 184 с.

Киреев И.В., Тензорный анализ и дифференциальная геометрия : учеб. пособие / И.В. Киреев, Л.В. Кнауб, Д.В. Левчук, Я.Н. Нужин - Красноярск : СФУ, 2017. - 102 с. - ISBN 978-5-7638-3622-6 - Текст : электронный // ЭБС "Консультант студента" : [сайт]. - URL : <http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785763836226.html> (дата обращения: 01.09.2022). - Режим доступа : по подписке.

Матвеев К.А., Введение в тензорное исчисление / Матвеев К.А. - Новосибирск : Изд-во НГТУ, 2016. - 64 с. - ISBN 978-5-7782-3092-7 - Текст : электронный // ЭБС "Консультант студента" : [сайт]. - URL : <http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785778230927.html> (дата обращения: 01.09.2022). - Режим доступа : по подписке.

Сокольников И. С. Тензорный анализ. Теория и применения в геометрии и в механике сплошных сред [Текст] / И. С. Сокольников ; пер. с англ. В. И. Контовта; под ред. В. В. Лохина. - М. : Наука, 1971. - 374 с.

в) методические указания:

Методические указания к самостоятельной работе по изучению дисциплины «Векторный и тензорный анализ» [Электронный ресурс] : для студентов, обучающихся по направлению «01.03.02. «Прикладная математика и информатика» / сост.: В. В. Малый, Д. В. Малый, В. С. Щелоков. - Луганск : ЛНУ им. В. Даля, 2018. - 29 с.

г) Интернет-ресурсы:

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации – <https://minobrnauki.gov.ru/>

Федеральная служба по надзору в сфере образования и науки – <http://obrnadzor.gov.ru/>

Портал Федеральных государственных образовательных стандартов высшего образования – <http://fgosvo.ru>

Федеральный портал «Российское образование» – <http://www.edu.ru/>

Информационная система «Единое окно доступа к образовательным ресурсам» – <http://window.edu.ru/>

Федеральный центр информационно-образовательных ресурсов – <http://fcior.edu.ru/>

Электронные библиотечные системы и ресурсы

Электронно-библиотечная система «Консультант студента» – <http://www.studentlibrary.ru/cgi-bin/mb4x>

Информационный ресурс библиотеки образовательной организации

Научная библиотека имени А. Н. Коняева – <http://biblio.dahluniver.ru/>

8. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Освоение дисциплины предполагает использование академических аудиторий, соответствующих действующим санитарным и противопожарным правилам и нормам.

Прочее: рабочее место преподавателя, оснащенное компьютером с доступом в Интернет.

Программное обеспечение:

Функциональное назначение	Бесплатное программное обеспечение	Ссылки
Офисный пакет	Libre Office 6.3.1	https://www.libreoffice.org/ https://ru.wikipedia.org/wiki/LibreOffice
Операционная система	UBUNTU 19.04	https://ubuntu.com/ https://ru.wikipedia.org/wiki/Ubuntu
Браузер	Firefox Mozilla	http://www.mozilla.org/ru/firefox/fx
Браузер	Opera	http://www.opera.com
Почтовый клиент	Mozilla Thunderbird	http://www.mozilla.org/ru/thunderbird
Файл-менеджер	Far Manager	http://www.farmanager.com/download.php
Архиватор	7Zip	http://www.7-zip.org/
Графический редактор	GIMP (GNU Image Manipulation Program)	http://www.gimp.org/ http://gimp.ru/viewpage.php?page_id=8 http://ru.wikipedia.org/wiki/GIMP
Редактор PDF	PDFCreator	http://www.pdfforge.org/pdfcreator
Аудиоплеер	VLC	http://www.videolan.org/vlc/

**Паспорт
фонда оценочных средств по учебной дисциплине
«Векторный и тензорный анализ»**

**Перечень компетенций (элементов компетенций),
формируемых в результате освоения учебной дисциплины**

№ п/п	Код контролируемой компетенции	Формулировка контролируемой компетенции	Контролируемые темы учебной дисциплины	Этапы формирования (семестр изучения)
1	ОПК-1	способен использовать фундаментальные знания, полученные в области математических и естественных наук, в профессиональной деятельности	Тема 1. Линейные операции над векторами Тема 2. Скалярное и векторное произведение векторов. Смешанное произведение векторов Тема 3. Взаимные базисы векторов. Ковариантные и контравариантные компоненты вектора. Сокращенные обозначения. Переменные векторы. Тема 4. Тензорная алгебра. Тема 5. Главные оси тензора. Тема 6. Линейное - мерное пространство. Векторы и тензоры в -мерном пространстве. Тема 7. Тензорное поле; циркуляция; теорема Остроградского и теорема Стокса. Тема 8. Скалярное поле. Производная по направлению. Тема 9. Векторное поле. Дивергенция и вихрь векторного поля. Дифференцирование вектора по	заключительный (8)

			направлению. Тема 10. Поле тензора 2-го ранга. Поток, дивергенция и производная по направлению тензорного поля. Тема 11. Ковариантное дифференцирование тензоров; ковариантная производная вектора; символы Кристоффеля. Тема 12. Интегральные теоремы векторного и тензорного анализа Тема 13. Потенциальное векторное поле. Скалярный потенциал. Соленоидальное векторное поле. Векторный потенциал. Тема 14. Лапласово векторное поле. Гармонические функции. Основная теорема векторного анализа.	
2	ОПК-5	способен использовать в педагогической деятельности научные основы знаний в сфере математики и механики	Тема 1. Линейные операции над векторами Тема 2. Скалярное и векторное произведение векторов. Смешанное произведение векторов Тема 3. Взаимные базисы векторов. Ковариантные и контравариантные компоненты вектора. Сокращенные обозначения. Переменные векторы. Тема 4. Тензорная	заключительный (8)

			алгебра. Тема 5. Главные оси тензора. Тема 6. Линейное - мерное пространство. Векторы и тензоры в -мерном пространстве. Тема 7. Тензорное поле; циркуляция; теорема Остроградского и теорема Стокса. Тема 8. Скалярное поле. Производная по направлению. Тема 9. Векторное поле. Дивергенция и вихрь векторного поля. Дифференцирование вектора по направлению. Тема 10. Поле тензора 2-го ранга. Поток, дивергенция и производная по направлению тензорного поля. Тема 11. Ковариантное дифференцирование тензоров; ковариантная производная вектора; символы Кристоффеля. Тема 12. Интегральные теоремы векторного и тензорного анализа Тема 13. Потенциальное векторное поле. Скалярный потенциал. Соленоидальное векторное поле. Векторный потенциал. Тема 14. Лапласово векторное поле.	
--	--	--	--	--

			Гармонические функции. Основная теорема векторного анализа.	
--	--	--	---	--

**Показатели и критерии оценивания компетенций,
описание шкал оценивания**

№ п/п	Код контролируемой компетенции	Показатель оценивания (знания, умения, навыки)	Контролируемые темы учебной дисциплины	Наименование оценочного средства
1	ОПК-1 ОПК-5	знать: основные операции векторной алгебры: сложение и вычитание векторов; умножение вектора на скаляр; скалярное и векторное произведение двух векторов; смешанное произведение векторов; определение взаимных базисов векторов; ковариантных и контравариантных составляющих вектора, переменных векторов; понятие тензора и закон преобразования его компонент; основные операции тензорной алгебры; основные понятия и теоремы векторного и тензорного анализа: тензорное поле; циркуляция; теорема Остроградского и теорема Стокса; скалярное поле; векторное поле; поле тензора второго ранга: поток, дивергенция и производная по направлению тензорного поля; уметь: доказывать основные теоремы курса; владеть: ковариантное дифференцирование тензоров; ковариантная производная вектора; символы Кристоффеля; применение дифференциальных	Тема 1. Линейные операции над векторами Тема 2. Скалярное и векторное произведение векторов. Смешанное произведение векторов Тема 3. Взаимные базисы векторов. Ковариантные и контравариантные компоненты вектора. Сокращенные обозначения. Переменные векторы. Тема 4. Тензорная алгебра. Тема 5. Главные оси тензора. Тема 6. Линейное - мерное пространство. Векторы и тензоры в - мерном пространстве. Тема 7. Тензорное поле; циркуляция; теорема Остроградского и теорема	Фронтальные и индивидуальные опросы; контрольные работы; индивидуальные задания, промежуточная аттестация (зачет)

		операций к различному виду векторных и скалярных функций.	Стокса. Тема 8. Скалярное поле. Производная по направлению. Тема 9. Векторное поле. Дивергенция и вихрь векторного поля. Дифференцирование вектора по направлению. Тема 10. Поле тензора 2-го ранга. Поток, дивергенция и производная по направлению тензорного поля. Тема 11. Ковариантное дифференцирование тензоров; ковариантная производная вектора; символы Кристоффеля. Тема 12. Интегральные теоремы векторного и тензорного анализа Тема 13. Потенциальное векторное поле. Скалярный потенциал. Соленоидальное векторное поле. Векторный потенциал. Тема 14. Лапласово векторное поле. Гармонические функции. Основная теорема векторного	
--	--	--	--	--

			анализа.	
--	--	--	----------	--

Фонды оценочных средств по дисциплине «Векторный и тензорный анализ»

Вопросы для фронтальных и индивидуальных опросов:

Тема 1. Линейные операции над векторами.

Векторы и скаляры. Сложение и вычитание векторов. Проекция вектора на ось. Умножение вектора на скаляр. Линейная зависимость векторов. Разложение вектора.

Тема 2. Скалярное и векторное произведение векторов. Смешанное произведение векторов.

Тема 3. Взаимные базисы векторов. Ковариантные и контравариантные компоненты вектора. Сокращенные обозначения. Переменные векторы.

Тема 4. Тензорная алгебра.

Сложение тензоров. Умножение тензоров. Свертывание тензоров. Свойство симметрии тензоров. Единичный тензор. Метрический тензор.

Тема 5. Главные оси тензора.

Приведение тензора к главным осям. Инварианты тензора. Признак тензорности величин. Псевдотензоры.

Тема 6. Линейное n -мерное пространство. Векторы и тензоры в n -мерном пространстве.

Тема 7. Тензорное поле; циркуляция; теорема Остроградского и теорема Стокса.

Тема 8. Скалярное поле. Производная по направлению. Оператор Δ

Тема 9. Векторное поле. Дивергенция и вихрь векторного поля. Дифференцирование вектора по направлению.

Тема 10. Поле тензора 2-го ранга. Поток, дивергенция и производная по направлению тензорного поля.

Тема 11. Ковариантное дифференцирование тензоров; ковариантная производная вектора; символы Кристоффеля. Применение дифференциальных операций к различного виду векторным и скалярным функциям.

Тема 12. Интегральные теоремы векторного и тензорного анализа.

Тема 13. Потенциальное векторное поле. Скалярный потенциал. Соленоидальное векторное поле. Векторный потенциал.

Тема 14. Лапласово векторное поле. Гармонические функции. Основная теорема векторного анализа.

Критерии и шкала оценивания по оценочному средству «фронтальный и индивидуальный опрос»

Шкала оценивания	Критерий оценивания
отлично (5)	Студент глубоко и в полном объеме владеет программным материалом.

	Грамотно, исчерпывающе и логично его излагает в устной или письменной форме. При этом знает рекомендованную литературу, проявляет творческий подход в ответах на вопросы и правильно обосновывает принятые решения, хорошо владеет умениями и навыками при выполнении практических задач.
хорошо (4)	Студент знает программный материал, грамотно и по сути излагает его в устной или письменной форме, допуская незначительные неточности в утверждениях, трактовках, определениях и категориях или незначительное количество ошибок. При этом владеет необходимыми умениями и навыками при выполнении практических задач.
удовлетворительно (3)	Студент знает только основной программный материал, допускает неточности, недостаточно чёткие формулировки, непоследовательность в ответах, излагаемых в устной или письменной форме. При этом недостаточно владеет умениями и навыками при выполнении практических задач. Допускает до 30% ошибок в излагаемых ответах.
неудовлетворительно (2)	Студент не знает значительной части программного материала. При этом допускает принципиальные ошибки в доказательствах, в трактовке понятий и категорий, проявляет низкую культуру знаний, не владеет основными умениями и навыками при выполнении практических задач. Студент отказывается от ответов на дополнительные вопросы

Контрольные работы:

Типовые варианты контрольных работ

Семестр 7

1. Векторы и скаляры. Сложение и вычитание векторов. Проекция вектора на ось. Умножение вектора на скаляр. Линейная зависимость векторов. Разложение вектора.
2. Скалярное и векторное произведение векторов. Смешанное произведение векторов.
3. Взаимные базисы векторов. Ковариантные и контравариантные компоненты вектора. Сокращенные обозначения. Переменные векторы.
4. Сложение тензоров. Умножение тензоров. Свертывание тензоров. Свойство симметрии тензоров. Единичный тензор. Метрический тензор.
5. Приведение тензора к главным осям. Инварианты тензора. Признак тензорности величин. Псевдотензоры.
6. Линейное n -мерное пространство. Векторы и тензоры в n -мерном пространстве.

Семестр 8

1. Тензорное поле; циркуляция; теорема Остроградского и теорема Стокса.
2. Скалярное поле. Производная по направлению. Оператор Δ .

3. Векторное поле. Дивергенция и вихрь векторного поля. Дифференцирование вектора по направлению.
4. Поле тензора 2-го ранга. Поток, дивергенция и производная по направлению тензорного поля.
5. Ковариантное дифференцирование тензоров; ковариантная производная вектора; символы Кристоффеля.
6. Применение дифференциальных операций к различного вида векторным и скалярным функциям.
7. Интегральные теоремы векторного и тензорного анализа.
8. Потенциальное векторное поле. Скалярный потенциал. Соленоидальное векторное поле. Векторный потенциал.
9. Лапласово векторное поле. Гармонические функции. Основная теорема векторного анализа.

Критерии и шкала оценивания по оценочному средству «контрольная работа»

Шкала оценивания	Критерий оценивания
5	Контрольная работа выполнена на высоком уровне (правильные ответы даны на 90-100% вопросов/задач)
4	Контрольная работа выполнена на среднем уровне (правильные ответы даны на 75-89% вопросов/задач)
3	Контрольная работа выполнена на низком уровне (правильные ответы даны на 50-74% вопросов/задач)
2	Контрольная работа выполнена на неудовлетворительном уровне (правильные ответы даны менее чем на 50%)

Варианты индивидуальных заданий:

Типовые варианты индивидуальных заданий

Семестр 7.

Преобразование координат в A_n и E_n . Контравариантные и ковариантные координаты вектора. Понятие тензора.

1. Пользуясь индексными правилами, расписать подробно следующие выражения:

а) $b_{ik} c^k$ ($i, k = 1, 2, 3$);

б) $a_{ik} b^k c^i$ ($i, k = 1, 2, 3$);

в) $a_{ijk} x^k$ ($i, j, k = 1, 2, 3$);

г) $a_{ik} b^k - c_i$ ($i, k = 1, 2$);

д) $a_{jk} b^k c^j - a_i^i$ ($i, j, k = 1, 2, 3$);

2. Упростить выражения:

а) $a_i \delta_k^i - b_k$;

б) $\delta_i^e \delta_k^m a_e a_m - a_i b_k$;

в) $\delta_i^e \delta_k^m b^i b^k - b^e \delta_j^m a^j$.

3. Разложить на множители следующие выражения:

а) $a_{ik}^m b^k - c_i b^m$;

б) $a_k - c_k^e a_e$;

в) $c_{ik}^{em} a_e b_m - a_i b_k$;

г) $a_i b^i c_k - a_e b^m c_e d_{mik}^{epj}$.

4. Найти матрицу перехода от базиса e_1, e_2, e_3 к e_2, e_3, e_1 .

5. Найти матрицу перехода от базиса e_1, e_2, e_3, e_4 к базису e_3, e_4, e_2, e_1 .

6. Дана матрица

$$\begin{vmatrix} -1 & 1 \\ 2 & 0 \end{vmatrix}$$

перехода от базиса $\bar{e}_1, \bar{e}_2$ к базису $\bar{e}_1', \bar{e}_2'$. Найти координаты векторов $\bar{e}_1', \bar{e}_2'$ в базисе $\bar{e}_1, \bar{e}_2$.

7. Дана матрица

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 3 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

перехода от базиса $\bar{e}_1, \bar{e}_2, \bar{e}_3$ к базису $\bar{e}_1', \bar{e}_2', \bar{e}_3'$. Найти координаты вектора $\bar{e}_2'$ в базисе $\bar{e}_1, \bar{e}_2, \bar{e}_3$.

8. Дана матрица

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & 0 & 4 \\ 3 & 1 & -5 \end{vmatrix}$$

перехода от базиса $\bar{e}_1, \bar{e}_2, \bar{e}_3$ к базису $\bar{e}_1', \bar{e}_2', \bar{e}_3'$. Найти координаты вектора $\bar{e}_3'$ в базисе $\bar{e}_1, \bar{e}_2, \bar{e}_3$.

9. Найти матрицу перехода от базиса $\bar{e}_1, \bar{e}_2, \bar{e}_3$ к базису $\bar{e}_1' = 2\bar{e}_1 - \bar{e}_3 + \bar{e}_2$, $\bar{e}_2' = 3\bar{e}_1 - \bar{e}_2 - \bar{e}_3$, $\bar{e}_3' = \bar{e}_3$.

10. Найти матрицу перехода от базиса $\bar{e}_1, \bar{e}_2, \bar{e}_3$ к базису $\bar{e}_1' = \bar{e}_2 + \bar{e}_3$, $\bar{e}_2' = -\bar{e}_1 + 2\bar{e}_3$, $\bar{e}_3' = \bar{e}_1 + \bar{e}_2$.

11. Найти матрицу перехода от базиса $\bar{e}_1, \bar{e}_2, \bar{e}_3, \bar{e}_4$ к базису $\bar{e}_1' = 2\bar{e}_2 + 3\bar{e}_3 + \bar{e}_4$, $\bar{e}_2' = \bar{e}_1 - 2\bar{e}_2 + 3\bar{e}_3 - \bar{e}_4$, $\bar{e}_3' = \bar{e}_1 + \bar{e}_4$, $\bar{e}_4' = 2\bar{e}_1 + \bar{e}_2 - \bar{e}_3 + \bar{e}_4$.

12. Дана матрица

$$\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 2 \end{vmatrix}$$

перехода от базиса $\bar{e}_1, \bar{e}_2$ к базису $\bar{e}_1, \bar{e}_2$. Найти координаты векторов $\bar{e}_1, \bar{e}_2$ в базисе $\bar{e}_1, \bar{e}_2$.

13. Дана матрица

$$\begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 5 \end{vmatrix}$$

перехода от базиса $\bar{e}_1, \bar{e}_2$ к базису $\bar{e}_1, \bar{e}_2$. Найти координаты векторов $\bar{e}_1, \bar{e}_2$ в базисе $\bar{e}_1, \bar{e}_2$.

14. Дана матрица

$$\begin{vmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 5 & 1 & 2 \\ 1 & 4 & -1 \end{vmatrix}$$

перехода от базиса $\bar{e}_1, \bar{e}_2, \bar{e}_3$ к базису $\bar{e}_1, \bar{e}_2, \bar{e}_3$. Найти координаты вектора $\bar{e}_2$ в базисе $\bar{e}_1, \bar{e}_2, \bar{e}_3$.

15. Дана матрица

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \\ -1 & 3 & 1 \end{vmatrix}$$

перехода от базиса $\bar{e}_1, \bar{e}_2, \bar{e}_3$ к базису $\bar{e}_1, \bar{e}_2, \bar{e}_3$. Найти координаты векторов $\bar{e}_1, \bar{e}_2, \bar{e}_3$ в базисе $\bar{e}_1, \bar{e}_2, \bar{e}_3$.

16. Дана матрица

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

перехода от базиса $\bar{e}_1, \bar{e}_2, \bar{e}_3, \bar{e}_4$ к базису $\bar{e}_1, \bar{e}_2, \bar{e}_3, \bar{e}_4$. Найти координаты векторов $\bar{e}_2, \bar{e}_3$ в базисе $\bar{e}_1, \bar{e}_2, \bar{e}_3, \bar{e}_4$.

17. Дана матрица перехода от базиса $\bar{e}_i$ к базису $\bar{e}_i$:

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 3 \end{vmatrix}$$

Найти координаты векторов $\bar{e}_1, \bar{e}_2, \bar{e}_3$, если $\bar{e}_1 = (1, 0, 3), \bar{e}_2 = (2, -1, 1), \bar{e}_3 = (3, 2, 1)$.

18. Дана матрица

$$\begin{vmatrix} 6 & 3 & 2 \\ 2 & 1 & 1 \\ 5 & 2 & 1 \end{vmatrix}$$

перехода от базиса $\bar{e}_i$ к базису $\bar{e}_i$. Найти координаты векторов $\bar{e}_1, \bar{e}_2, \bar{e}_3$, если $\bar{e}_1 = (1, 2, 1), \bar{e}_2 = (1, 0, 2), \bar{e}_3 = (0, -1, 1)$.

19. Вектор $\bar{x}$ в базисе $\bar{e}_1, \bar{e}_2$ имеет контравариантные координаты $\{1, -2\}$. Найти контравариантные координаты этого вектора в базисе $\bar{e}_1' = \bar{e}_1 + 2\bar{e}_2, \bar{e}_2' = -\bar{e}_1 + \bar{e}_2$.
20. Вектор $\bar{x}$ в базисе $\bar{e}_1, \bar{e}_2$ имеет контравариантные координаты $\{-3, 1\}$. Найти контравариантные координаты этого вектора в базисе $\bar{e}_1' = -2\bar{e}_1 + \bar{e}_2, \bar{e}_2' = \bar{e}_3$.
21. Вектор $\bar{x}$ в базисе $\bar{e}_1, \bar{e}_2, \bar{e}_3$ имеет контравариантные координаты $\{-1, 2, 0\}$. Найти контравариантные координаты этого вектора в базисе $\bar{e}_1' = 2\bar{e}_1 - \bar{e}_2 + 3\bar{e}_3, \bar{e}_2' = -3\bar{e}_1 + \bar{e}_2 - 2\bar{e}_3, \bar{e}_3' = 4\bar{e}_2 + 5\bar{e}_3$.
22. Вектор $\bar{x}$ в базисе $\bar{e}_i$ имеет контравариантные координаты $\{1, -1, 0\}$. Найти контравариантные координаты этого вектора в базисе $\bar{e}_1' = 3\bar{e}_1 + \bar{e}_2 + 6\bar{e}_3, \bar{e}_2' = 5\bar{e}_1 - 3\bar{e}_2 + 7\bar{e}_3, \bar{e}_3' = -2\bar{e}_1 + 2\bar{e}_2 - 3\bar{e}_3$.
23. Дан вектор $\bar{x} = (8, 2, -1)$ в некотором базисе. Найти контравариантные координаты этого вектора в базисе $\bar{e}_1 = (1, 0, 5), \bar{e}_2 = (1, -2, 1), \bar{e}_3 = (2, 0, 1)$.
24. В базисе $\bar{e}_1 = (1, 2, 1), \bar{e}_2 = (2, 1, 3), \bar{e}_3 = (1, 1, 0)$ найти контравариантные координаты вектора $\bar{x}$, если его координаты в некотором базисе равны $\{0, -3, 4\}$.
25. Зная контравариантные координаты вектора $\bar{x}$, равные $\{1, 2, 3\}$ в базисе $\bar{e}_1 = (1, 2, 0), \bar{e}_2 = (0, -1, 1), \bar{e}_3 = (4, 1, 2)$, найти ковариантные координаты этого вектора в том же базисе.

Семестр 8

1. Упростить выражения:

а) $\delta_{im} \delta_{kn} \delta_{lp} a_m b_n c_p - \delta_{nn} \delta_{mm} \delta_{pp} a_i b_k c_l$;

б) $\epsilon_{ikl} \delta_{kl} a_i$;

в) $\epsilon_{ikl} \epsilon^{imn} a^l b_n c_m$.

2. Найти $a_i b_{jk}$:

а) $b_{ik} = \delta_{il} \delta_{km} a^{lm} - c_{ik}$;

б) $b_{ik} = a_{ik} - \frac{1}{3} \delta_{ik} b_{ll}$.

3. Вычислить

а) $\frac{1}{6} \delta^{ik} A_{ik} a^l + 3 \epsilon^{ikl} S_{ik}$,

где A_{ik} и S_{ik} - соответственно кососимметричная и симметричная часть разложения тензора

$$\|T_{ik}\| = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix},$$

а $a^l = (1, 2, 3)$;

$$\text{б)} (T_{ik} - \frac{1}{3} \delta_{ik} T_{ll}) A^i A^k,$$

где

$$\|T_{ik}\| = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix},$$

$$\text{а)} A = \bar{i} + 2\bar{j} + 3\bar{k}.$$

4. Решить тензорные уравнения:

$$\text{а)} \in_{ikl} x^l + \delta_{ik} = a_{ik},$$

где

$$\|a_{ik}\| = \begin{vmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 2 & 1 & -1 \\ -3 & 1 & 1 \end{vmatrix};$$

$$\text{б)} \in_{ikl} b^k x^l = c_i;$$

$$\text{в)} \in_{ikl} x^{ik} + a_e = \alpha b_e$$

$$\text{где } \alpha = 2, a_e = (1, 2, 3), b_e = (0, -1, 0).$$

5. Доказать, что тензорное равенство $a^i_k \eta^k = \lambda \eta^i$, где λ - число, может быть записано в виде

$$(a^i_j - \lambda \delta^i_j) \eta^j = 0.$$

6. Доказать, что тензорное равенство $a^i_j \xi_i = \alpha \xi_j$, где α - число, может быть записано в виде

$$(a^i_j - \alpha \delta^i_j) \xi_i = 0.$$

7. В трёхмерном пространстве вычислить следующие выражения:

$$\text{а)} \delta_{jj}; \quad \text{б)} \delta_{ij} \delta_{ij}; \quad \text{в)} \delta_{ij} \delta_{ik} \delta_{jk};$$

$$\text{г)} \delta_{ij} \delta_{jk}; \quad \text{д)} \delta_{ij} A_{ik}.$$

8. Непосредственным расписыванием по индексам показать, что

$$\text{а)} \in_{ijk} \in_{kij} = 6; \quad \text{б)} \in_{ijk} a_j a_k = 0.$$

$$9. \text{Показать, что } \in_{ijk} \in_{kpq} = \delta_{ip} \delta_{jq} - \delta_{iq} \delta_{jp}:$$

$$\text{а)} \text{ при } i=1, j=2, p=3;$$

$$\text{б)} \text{ при } i=1, j=p=2.$$

10. Показать, что тензор $b_{ik} = \in_{ijk} a_j$ кососимметричен.

11. Пусть тензор b_{ij} кососимметричен и вектор

$$b_i = \frac{1}{2} \in_{ijk} b_{jk}.$$

Показать, что $b_{pq} = \in_{pqi} b_i$.

12. Используя индексные обозначения, доказать векторные тождества:

$$1) \bar{a} \times (\bar{b} \times \bar{c}) = (\bar{a} \cdot \bar{c}) \bar{b} - (\bar{a} \cdot \bar{b}) \bar{c};$$

$$2) \bar{a} \times \bar{b} \cdot \bar{c} = 0.$$

13. Вектор v_i задан в базисе $\bar{a}, \bar{b}, \bar{c}$ своими компонентами $v_i = \alpha a_i + \beta b_i + \gamma c_i$.

Показать, что

$$\alpha = \frac{\epsilon_{ijk} \, v_i b_j c_k}{\epsilon_{pqr} \, a_p b_q c_r}.$$

14. Пусть $\dot{\vec{u}} = \vec{\omega} \times \vec{u}$ и $\dot{\vec{v}} = \vec{\omega} \times \vec{v}$; показать, что

$$\frac{d}{dt}(\vec{u} \times \vec{v}) = \vec{\omega} \times (\vec{u} \times \vec{v}).$$

15. Доказать тождество

$$\epsilon_{pqs} \epsilon_{mnr} = \begin{vmatrix} \delta_{mp} & \delta_{mq} & \delta_{ms} \\ \delta_{np} & \delta_{nq} & \delta_{ns} \\ \delta_{rp} & \delta_{rq} & \delta_{rs} \end{vmatrix}.$$

Критерии и шкала оценивания по оценочному средству «индивидуальные задания»

Шкала оценивания	Критерий оценивания
Зачтено	Правильно решены 90-100% заданий
Не зачтено	Правильно решены менее 90% заданий

Оценочные средства для промежуточной аттестации (зачет)

Вопросы к зачету

1. Векторы и скаляры. Сложение и вычитание векторов.
2. Найти работу силы $\vec{F} = (x^2 - 2y)\vec{i} + (y^2 - 2x)\vec{j}$, при перемещении вдоль линии L : отрезок MN , от точки $M(-4; 0)$ к точке $N(0; 2)$.
Найти поток векторного поля $\vec{F} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$, через часть плоскости $P: x + y + z = 1$, размещенную в первом октанте (нормаль образует острый угол с осью OZ).
Найти поток векторного поля $\vec{F} = (e^z + 2x)\vec{i} + e^x\vec{j} + e^y\vec{k}$ через замкнутую поверхность $S: x + y + z = 1, x = 0, y = 0, z = 0$ (нормаль внешняя).
3. Пользуясь индексными правилами, расписать подробно следующие выражения:

- а) $b_{ik} c^k$ ($i, k = 1, 2, 3$);
- б) $a_{ik} b^k c^i$ ($i, k = 1, 2, 3$);

Критерии и шкала оценивания по оценочному средству «промежуточный контроль» (зачёт)

Характеристика знания предмета и ответов	Зачеты
Студент глубоко и в полном объёме владеет программным материалом. Грамотно, исчерпывающе и логично его излагает в устной или письменной форме. При этом знает рекомендованную литературу, проявляет творческий подход в ответах на вопросы и правильно обосновывает принятые решения, хорошо владеет умениями и навыками при выполнении практических задач.	зачтено
Студент знает программный материал, грамотно и по сути излагает его в устной или письменной форме, допуская незначительные неточности в утверждениях, трактовках, определениях и категориях или незначительное количество ошибок. При этом владеет необходимыми умениями и навыками при выполнении практических задач.	
Студент знает только основной программный материал, допускает неточности, недостаточно чёткие формулировки, непоследовательность в ответах, излагаемых в устной или письменной форме. При этом недостаточно владеет умениями и навыками при выполнении практических задач. Допускает до 30% ошибок в излагаемых ответах.	
Студент не знает значительной части программного материала. При этом допускает принципиальные ошибки в доказательствах, в трактовке понятий и категорий, проявляет низкую культуру знаний, не владеет основными умениями и навыками при выполнении практических задач. Студент отказывается от ответов на дополнительные вопросы.	не зачтено

Лист изменений и дополнений

№ п/п	Виды дополнений и изменений	Дата и номер протокола заседания кафедры (кафедр), на котором были рассмотрены и одобрены изменения и дополнения	Подпись (с расшифровкой) заведующего кафедрой (заведующих кафедрами)