

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ЛУГАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИМЕНИ ВЛАДИМИРА ДАЛЯ»

Факультет компьютерных систем и информационных технологий
Кафедра прикладной математики



УТВЕРЖДАЮ

Декан факультета компьютерных
систем и информационных технологий

Кочевский А. А.

« 19 » *сентября* 2023 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

«Краевые задачи и вариационное исчисление»

по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика

профиль подготовки «Математическое и программное обеспечение
вычислительных машин и компьютерных сетей»

Луганск – 2023

Лист согласования РПУД

Рабочая программа учебной дисциплины «Краевые задачи и вариационное исчисление» по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика. – 12 с.

Рабочая программа учебной дисциплины «Краевые задачи и вариационное исчисление» составлена на основе федерального государственного образовательного стандарта высшего образования по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика, утвержденного приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 10 января 2018 года № 9 (с изменениями и дополнениями), зарегистрированного в Министерстве юстиции Российской Федерации 06 февраля 2018 года за № 49937, учебного плана по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика, (профиль «Математическое и программное обеспечение вычислительных машин и компьютерных сетей») и Положения о рабочей программе учебной дисциплины в ФГБОУ ВО «ЛГУ им. В. Даля».

СОСТАВИТЕЛЬ

канд. техн. наук, доцент, заведующий кафедрой прикладной математики Малый В. В.
старший преподаватель кафедры прикладной математики Киркина Т. Ю.

Рабочая программа дисциплины утверждена на заседании кафедры прикладной математики

18 апреля 2023 г., протокол № 10

Заведующий кафедрой прикладной математики _____ Малый В. В.

Переутверждена: «___» _____ 20__ г., протокол № _____

Согласована:

Декан факультета компьютерных систем и информационных технологий _____ Кочевский А. А.

Рекомендована на заседании учебно-методической комиссии факультета компьютерных систем и информационных технологий

19 апреля 2023 г., протокол № 8

Председатель учебно-методической комиссии факультета компьютерных систем и информационных технологий _____ Ветрова Н. Н.

Структура и содержание дисциплины

1. Цели и задачи дисциплины, ее место в учебном процессе

Цель изучения дисциплины – овладение студентами необходимым математическим аппаратом, помогающим анализировать, моделировать, программировать, решать прикладные задачи

Задачи: развитие логического и алгоритмического мышления студентов; овладение студентами методами исследования и алгоритмами решения математически формализованных задач; выработка у студентов навыка самостоятельно расширять свои математические знания, умения ориентироваться в потоке научной и технической информации; повышение общего уровня математической культуры; формирование фундаментальных систематизированных знаний

2. Место дисциплины в структуре ОПОП ВО

Дисциплина «Краевые задачи и вариационное исчисление» входит в блок дисциплин части учебного плана, формируемой участниками образовательных отношений.

Содержание дисциплины является логическим продолжением содержания дисциплин: «Математический анализ», «Алгебра и геометрия», «Дифференциальные уравнения», «Уравнения математической физики», «теория функций комплексного переменного», «Уравнения математической физики», «Численные методы», «Операционное исчисление», «Практикум на ЭВМ» и служит основой для освоения дисциплин: выполнения квалификационной работы.

3. Требования к результатам освоения содержания дисциплины

Студенты, завершившие изучение дисциплины «Краевые задачи и вариационное исчисление», должны

знать:

классические задачи математической физики и вариационного исчисления, различные типы решений и способы их получения, выбирать математические методы для их решения с использованием компьютеров.

уметь:

ставить и решать краевые задачи математической физики и простейшие задачи вариационного исчисления, применять различные способы получения решений для различных типов задач.

иметь представление:

о краевых задачах математической физики, о понятии функционала и его вариации, об основной формуле для вариации функционала, о вариационной производной функционала.

Перечисленные результаты образования являются основой для формирования следующих компетенций (в соответствии с ФГОС ВО и требованиями к результатам освоения основной профессиональной образовательной программы (ОПОП ВО):

профессиональных:

ПК-1 способен выполнять научно-исследовательские работы в соответствии с техническим заданием в составе научного коллектива

4. Структура и содержание дисциплины

4.1. Объем учебной дисциплины и виды учебной работы

Вид учебной работы	Объем часов (з.е.)		
	Очная форма	Очно-заочная форма	Заочная форма
Объем учебной дисциплины (всего)	108 (3 з.е.)	108 (3 з.е.)	-
Обязательная аудиторная учебная нагрузка дисциплины (всего) в том числе:	56	24	-
Лекции	28	12	-
Семинарские занятия	-	-	-
Практические занятия	28	12	-
Лабораторные работы	-	-	-
Курсовая работа (курсовой проект)	-	-	-
Индивидуальное задание	18	18	-
Самостоятельная работа студента (всего)	52	84	-
Форма аттестации	зачет	зачет	-

4.2. Содержание разделов дисциплины

- Тема 1. Функционал. Вариация и ее свойства.
История зарождения вариационного исчисления; функционал; линейное нормированное пространство; вариация функционала.
- Тема 2. Основная лемма вариационного исчисления.
Глобальный минимум (максимум); локальные экстремумы; необходимые условия локального экстремума; лемма Лагранжа
- Тема 3. Обобщения простейшей задачи вариационного исчисления с неподвижными границами.
Обобщения простейшей задачи вариационного исчисления с неподвижными границами.
- Тема 4. Уравнение Эйлера.
Обобщение уравнения Эйлера; частные случаи уравнения Эйлера; задача о брахистохроне.
- Тема 5. Задачи с подвижными концами.
Основная формула для вариации функционала для задачи со свободными концами; решение задачи со свободными концами.
- Тема 6. Задачи с подвижными границами.
Вариация функционала в задаче с подвижными границами; условия трансверсальности.

- Тема 7. Применение вариационных методов к получению краевых задач математической физики.
Применение вариационных методов к получению краевых задач математической физики.
- Тема 8. Постановки краевых задач и их физическая трактовка.
Понятие о краевых задачах в уравнениях в частных производных (УЧП) или уравнениях математической физики (УМФ), их смысле и составе. Виды краевых задач (КЗ). Связь их с задачей Коши.
- Тема 9. Параболические УМФ или уравнение распространения тепла в стержне.
Типы краевых задач с однородными и неоднородными граничными условиями (ГУ).
- Тема 10. Краевые задачи с граничными условиями первого и второго рода.
Краевые задачи с граничными условиями первого и второго рода в УМФ разных типов.
- Тема 11. КЗ для решения уравнений колебаний или волновых уравнений гиперболического типа.
КЗ для решения уравнений колебаний или волновых уравнений гиперболического типа.
- Тема 12. КЗ для уравнений эллиптического типа.
КЗ для уравнений эллиптического типа, описывающих стационарные процессы трех типов: граничные условия первого рода (задача Дирихле); граничные условия второго рода (задача Неймана); поток через границу; граничные условия третьего рода смешанных типов (задача Робена).
- Тема 13. Основные краевые задачи для уравнений Лапласа и Пуассона.
Первая краевая задача, или Дирихле. внутри области D , удовлетворяющая уравнению Лапласа (Пуассона), в замкнутой области; вторая краевая задача, или задача Неймана, удовлетворяющая в ней уравнению Лапласа (Пуассона).
- Тема 14. Приложение вариационных методов.
Приложение вариационных методов к решению краевых задач математической физики методами Ритца, Бубнова-Галеркина и конечных элементов.

4.3. Лекции

№ п/п	Название темы	Объем часов		
		Очная форма	Очно- заочная форма	Заочная форма
1	Функционал. Вариация и ее свойства.	2	1	-
2	Основная лемма вариационного исчисления.	2	1	-
3	Обобщения простейшей задачи вариационного исчисления с неподвижными границами.	2	1	-
4	Уравнение Эйлера.	2	1	-
5	Задачи с подвижными концами.	2	1	-

6	Задачи с подвижными границами.	2	1	-
7	Применение вариационных методов к получению краевых задач математической физики.	2	1	-
8	Постановки краевых задач и их физическая трактовка.	2	1	-
9	Параболические УМФ или уравнение распространения тепла в стержне.	2	1	-
10	Краевые задачи с граничными условиями первого и второго рода.	2	1	-
11	КЗ для решения уравнений колебаний или волновых уравнений гиперболического типа.	2	1	-
12	КЗ для уравнений эллиптического типа.	2	1	-
13	Основные краевые задачи для уравнений Лапласа и Пуассона.	2	-	-
14	Приложение вариационных методов.	2	-	-
Итого:		28	12	-

4.4. Практические (семинарские) занятия

№ п/п	Название темы	Объем часов		
		Очная форма	Очно-заочная форма	Заочная форма
1	Функционал. Вариация и ее свойства.	2	1	-
2	Основная лемма вариационного исчисления.	2	1	-
3	Обобщения простейшей задачи вариационного исчисления с неподвижными границами.	2	1	-
4	Уравнение Эйлера.	2	1	-
5	Задачи с подвижными концами.	2	1	-
6	Задачи с подвижными границами.	2	1	-
7	Применение вариационных методов к получению краевых задач математической физики.	2	1	-
8	Постановки краевых задач и их физическая трактовка.	2	1	-
9	Параболические УМФ или уравнение распространения тепла в стержне.	2	1	-
10	Краевые задачи с граничными условиями первого и второго рода.	2	1	-
11	КЗ для решения уравнений колебаний или волновых уравнений гиперболического типа.	2	1	-
12	КЗ для уравнений эллиптического типа.	2	1	-
13	Основные краевые задачи для уравнений Лапласа и Пуассона.	2	-	-
14	Приложение вариационных методов.	2	-	-
Итого:		28	12	-

4.5. Лабораторные работы

Не предусмотрены

4.6. Самостоятельная работа студентов

№ п/п	Название темы	Вид СРС	Объем часов		
			Очная форма	Очно- заочная форма	Заочная форма
1	Функционал. Вариация и ее свойства.	Проработка материала лекций и учебников	2	6	-
2	Основная лемма вариационного исчисления.	Проработка материала лекций и учебников, выполнение индивидуального задания	2	6	-
3	Обобщения простейшей задачи вариационного исчисления с неподвижными границами.	Проработка материала лекций и учебников, выполнение индивидуального задания	4	6	-
4	Уравнение Эйлера.	Проработка материала лекций и учебников, выполнение индивидуального задания	4	6	-
5	Задачи с подвижными концами.	Проработка материала лекций и учебников, выполнение индивидуального задания	4	6	-
6	Задачи с подвижными границами.	Проработка материала лекций и учебников, выполнение индивидуального задания	4	6	-
7	Применение вариационных методов к получению краевых задач математической физики.	Проработка материала лекций и учебников, выполнение индивидуального задания	4	6	-
8	Постановки краевых задач и их физическая трактовка.	Проработка материала лекций и учебников, выполнение индивидуального задания	4	6	-
9	Параболические УМФ или уравнение распространения тепла в стержне.	Проработка материала лекций и учебников, выполнение индивидуального задания	4	6	-
10	Краевые задачи с граничными условиями первого и второго рода.	Проработка материала лекций и учебников, выполнение индивидуального задания	4	6	-
11	КЗ для решения уравнений колебаний или волновых уравнений гиперболического типа.	Проработка материала лекций и учебников, выполнение индивидуального задания	4	6	-
12	КЗ для уравнений эллиптического типа.	Проработка материала лекций и учебников, выполнение индивидуального задания	4	6	-
13	Основные краевые задачи для уравнений Лапласа и Пуассона.	Проработка материала лекций и учебников, выполнение индивидуального задания	4	6	-
14	Приложение вариационных методов.	Проработка материала лекций и учебников, выполнение индивидуального задания	4	6	-

Итого:		52	84	-
--------	--	----	----	---

4.7. Курсовые работы/проекты

Курсовые работы (проекты) не предусмотрены.

5. Образовательные технологии

Преподавание дисциплины ведется с применением следующих видов образовательных технологий:

- традиционные объяснительно-иллюстративные технологии, которые обеспечивают доступность учебного материала для большинства студентов, системность, отработанность организационных форм и привычных методов, относительно малые затраты времени;

- технологии проблемного обучения, направленные на развитие познавательной активности, творческой самостоятельности студентов и предполагающие последовательное и целенаправленное выдвижение перед студентом познавательных задач, разрешение которых позволяет студентам активно усваивать знания (используются поисковые методы; постановка познавательных задач);

- технологии развивающего обучения, позволяющие ориентировать учебный процесс на потенциальные возможности студентов, их реализацию и развитие;

- технологии концентрированного обучения, суть которых состоит в создании максимально близкой к естественным психологическим особенностям человеческого восприятия структуры учебного процесса и которые дают возможность глубокого и системного изучения содержания учебных дисциплин за счет объединения занятий в тематические блоки;

- технологии модульного обучения, дающие возможность обеспечения гибкости процесса обучения, адаптации его к индивидуальным потребностям и особенностям обучающихся (применяются, как правило, при самостоятельном обучении студентов по индивидуальному учебному плану);

- технологии дифференцированного обучения, обеспечивающие возможность создания оптимальных условий для развития интересов и способностей студентов, в том числе и студентов с особыми образовательными потребностями, что позволяет реализовать в культурно-образовательном пространстве университета идею создания равных возможностей для получения образования

- технологии активного (контекстного) обучения, с помощью которых осуществляется моделирование предметного, проблемного и социального содержания будущей профессиональной деятельности студентов (используются активные и интерактивные методы обучения) и т.д.

Максимальная эффективность педагогического процесса достигается путем конструирования оптимального комплекса педагогических технологий и (или) их элементов на личностно-ориентированной, деятельностной, диалогической основе и использования необходимых современных средств обучения.

6. Формы контроля освоения дисциплины

Текущая аттестация студентов производится в дискретные временные интервалы лектором или преподавателем, ведущим практические занятия по дисциплине, в следующих формах:

- фронтальные и индивидуальные опросы;
- контрольные работы;
- защита индивидуальных заданий.

Фонды оценочных средств, включающие типовые индивидуальные задания, контрольные работы, позволяющие оценить результаты текущей и промежуточной аттестации обучающихся по данной дисциплине, помещаются в приложении к рабочей программе в соответствии с «Положением о фонде оценочных средств».

Промежуточная аттестация по результатам освоения дисциплины проходит в форме зачета (предполагает выполнение всех видов учебной работы, предусмотренных рабочей программой учебной дисциплины)

В экзаменационную ведомость и зачетную книжку выставляются оценки по шкале, приведенной в таблице.

Характеристика знания предмета и ответов	Зачеты
Студент глубоко и в полном объеме владеет программным материалом. Грамотно, исчерпывающе и логично его излагает в устной или письменной форме. При этом знает рекомендованную литературу, проявляет творческий подход в ответах на вопросы и правильно обосновывает принятые решения, хорошо владеет умениями и навыками при выполнении практических задач.	зачтено
Студент знает программный материал, грамотно и по сути излагает его в устной или письменной форме, допуская незначительные неточности в утверждениях, трактовках, определениях и категориях или незначительное количество ошибок. При этом владеет необходимыми умениями и навыками при выполнении практических задач.	
Студент знает только основной программный материал, допускает неточности, недостаточно четкие формулировки, непоследовательность в ответах, излагаемых в устной или письменной форме. При этом недостаточно владеет умениями и навыками при выполнении практических задач. Допускает до 30% ошибок в излагаемых ответах.	
Студент не знает значительной части программного материала. При этом допускает принципиальные ошибки в доказательствах, в трактовке понятий и категорий, проявляет низкую культуру знаний, не владеет основными умениями и навыками при выполнении практических задач. Студент отказывается от ответов на дополнительные вопросы.	не зачтено

7. Учебно-методическое и программно-информационное обеспечение дисциплины:

а) основная литература:

Бренерман М.Х., Вариационное исчисление : учебное пособие / Бренерман М. Х., Жихарев В. А. - Казань : Издательство КНИТУ, 2017. - 148 с. - ISBN 978-5-7882-2198-4 - Текст : электронный // ЭБС "Консультант студента" : [сайт]. - URL :

<http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785788221984.html> (дата обращения: 01.09.2022). - Режим доступа : по подписке.

Васильева А.Б., Дифференциальные и интегральные уравнения, вариационное исчисление в примерах и задачах / Васильева А. Б., Медведев Г. Н., Тихонов Н. А., Уразгильдина Т. А. - М. : ФИЗМАТЛИТ, 2003. - 432 с. (Курс высшей математики и математической физики. Вып. 10) - ISBN 5-9221-0276-1 - Текст : электронный // ЭБС "Консультант студента" : [сайт]. - URL : <http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN5922102761.html> (дата обращения: 01.09.2022). - Режим доступа : по подписке.

Зарубин В.С., Математическое моделирование в технике : учеб. для вузов / В.С. Зарубин - М. : Издательство МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2010. - 495 с. (Серия Математика в техническом университете“. Вып. XXI, заключительный) - ISBN 978-5-7038-3194-6 - Текст : электронный // ЭБС "Консультант студента" : [сайт]. - URL : <http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785703831946.html> (дата обращения: 01.09.2022). - Режим доступа : по подписке.

Романко В.К., Сборник задач по дифференциальным уравнениям и вариационному исчислению / В. К. Романко [и др.] ; под ред. В. К. Романко. - 5-е изд. (эл.). - М. : БИНОМ, 2015. - 222 с. - ISBN 978-5-9963-2662-4 - Текст : электронный // ЭБС "Консультант студента" : [сайт]. - URL : <http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785996326624.html> (дата обращения: 01.09.2022). - Режим доступа : по подписке.

б) дополнительная литература:

Вахрушев Н.В., Специальные функции. Интегральные уравнения. Вариационное исчисление : учеб. пособие. / Н.В. Вахрушев, Т.М. Назарова, В.В. Хаблов - Новосибирск : Изд-во НГТУ, 2011. - 72 с. - ISBN 978-5-7782-1834-5 - Текст : электронный // ЭБС "Консультант студента" : [сайт]. - URL : <http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785778218345.html> (дата обращения: 01.09.2022). - Режим доступа : по подписке.

Гельфанд И. М. Вариационное исчисление [Текст] : учебник / И. М. Гельфанд, С. В. Фомин. - М. : Физматгиз, 1961. - 228 с.

Грибанов В. М. Вариационное исчисление: Конспект лекций [Текст] / В. М. Грибанов. - Луганск : ВУГУ, 1998. - 71 с.

Карташев А. П. Обыкновенные дифференциальные уравнения и основы вариационного исчисления [Текст] : учеб. пособие / А. П. Карташев, Б. Л. Рождественский. - 3-е изд., перераб. и доп. - М. : Наука, 1986. - 272 с.

Михлин С. Г. Вариационные методы в математической физике [Текст] / С. Г. Михлин. - 2-е изд., перераб. и доп. - М. : Наука, 1970. - 512 с.

Нефедов Ю. М. Вариационные методы в примерах и задачах [Текст] : учеб. пособие / Ю. М. Нефедов. - Луганск : Изд-во ВНУ им В. Даля, 2006. - 208 с.

Эльсгольц Л. Э. Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление [Текст] / Л. Э. Эльсгольц. - 2-е изд., стер. - М. : Наука, 1969. - 424 с.

Янг Л. Лекции по вариационному исчислению и теории оптимального управления [Текст] / Л. Янг ; пер. с англ. М. Г. Элуашвили; под ред. В. М. Алексеева. - М. : Мир, 1974. - 488 с.

в) методические указания:

Конспект лекций по дисциплине «Краевые задачи и вариационное исчисление» для студентов, обучающихся по направлениям подготовки: 01.03.02 «Прикладная математика и информатика», 01.03.03 «Механика и математическое моделирование» [Электронный ресурс] / сост. Б. И. Горбачёв. - Луганск : ЛНУ им. В. Даля, 2019. - 96 с.

г) Интернет-ресурсы:

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации – <https://minobrnauki.gov.ru/>

Федеральная служба по надзору в сфере образования и науки – <http://obrnadzor.gov.ru/>

Портал Федеральных государственных образовательных стандартов высшего образования – <http://fgosvo.ru>

Федеральный портал «Российское образование» – <http://www.edu.ru/>

Информационная система «Единое окно доступа к образовательным ресурсам» – <http://window.edu.ru/>

Федеральный центр информационно-образовательных ресурсов – <http://fcior.edu.ru/>

Электронные библиотечные системы и ресурсы

Электронно-библиотечная система «Консультант студента» – <http://www.studentlibrary.ru/cgi-bin/mb4x>

Информационный ресурс библиотеки образовательной организации

Научная библиотека имени А. Н. Коняева – <http://biblio.dahluniver.ru/>

8. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Освоение дисциплины предполагает использование академических аудиторий, соответствующих действующим санитарным и противопожарным правилам и нормам.

Прочее: рабочее место преподавателя, оснащенное компьютером с доступом в Интернет.

Программное обеспечение:

Функциональное назначение	Бесплатное программное обеспечение	Ссылки
Офисный пакет	Libre Office 6.3.1	https://www.libreoffice.org/ https://ru.wikipedia.org/wiki/LibreOffice
Операционная система	UBUNTU 19.04	https://ubuntu.com/ https://ru.wikipedia.org/wiki/Ubuntu
Браузер	Firefox Mozilla	http://www.mozilla.org/ru/firefox/fx
Браузер	Opera	http://www.opera.com
Почтовый клиент	Mozilla Thunderbird	http://www.mozilla.org/ru/thunderbird
Файл-менеджер	Far Manager	http://www.farmanager.com/download.php
Архиватор	7Zip	http://www.7-zip.org/
Графический редактор	GIMP (GNU Image Manipulation Program)	http://www.gimp.org/ http://gimp.ru/viewpage.php?page_id=8 http://ru.wikipedia.org/wiki/GIMP
Редактор PDF	PDFCreator	http://www.pdfforge.org/pdfcreator
Аудиоплеер	VLC	http://www.videolan.org/vlc/