

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ  
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«ЛУГАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
ИМЕНИ ВЛАДИМИРА ДАЛЯ»

Антрацитовский институт геосистем и технологий

Кафедра инженерии и общеобразовательных дисциплин



УТВЕРЖДАЮ

Директор

Антрацитовского института  
геосистем и технологий

доц. Крохмалёва Е.Г.

« 27 » 04 2023 г.

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

по учебной дисциплине

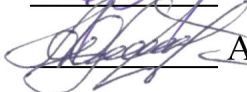
Теория вероятностей и математическая статистика

Направление подготовки 38.03.02 Менеджмент

Профиль Менеджмент организаций

Разработчики:

доцент  Е.Г. Крохмалева

старший преподаватель  А.А. Омельченко

ФОС рассмотрен и одобрен на заседании кафедры инженерии и  
общеобразовательных дисциплин

от « 14 » 04 20 23 г., протокол № 9

Заведующий кафедрой

инженерии и общеобразовательных дисциплин  Е.Г. Крохмалёва

Антрацит 2023 г.

**Паспорт  
фонда оценочных средств по учебной дисциплине  
Теория вероятностей и математическая статистика**

Перечень компетенций (элементов компетенций), формируемых в результате освоения учебной дисциплины (модуля)

| <b>№<br/>п/п</b> | <b>Код<br/>контроли-<br/>руемой<br/>компетен-<br/>ции</b> | <b>Формулировка<br/>контролируемо-<br/>й компетенции</b>                                                                       | <b>Контролируемые темы учебной<br/>дисциплины</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         | <b>Этапы<br/>формиро-<br/>вания<br/>(семестр<br/>изучения)</b> |
|------------------|-----------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------|
| 1                | УК-1                                                      | Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач | <p>Тема 1. Случайные события. Алгебра событий, классификация событий в терминах теории вероятностей и теории множеств. Элементы комбинаторного анализа.</p> <p>Тема 2. Элементарная теория вероятностей и ее математические основы: различные подходы к определению вероятности события. Частота события.</p> <p>Тема 3. Классическое, статистическое определения вероятности. Геометрическая вероятность. Аксиомы вероятности.</p> <p>Тема 4. Теоремы сложения и умножения вероятностей. Условные вероятности. Формула полной вероятности. Формулы Байеса.</p> <p>Тема 5. Последовательность независимых испытаний Бернулли. Формула Бернулли. Предельные теоремы в схеме Бернулли.</p> <p>Тема 6. Случайные величины. Формы закона распределения дискретной случайной величины и непрерывной случайной величины.</p> <p>Тема 7. Основные числовые характеристики случайных величин: мода, медиана, математическое ожидание, дисперсия, их свойства.</p> <p>Тема 8. Теоретические начальные и центральные моменты. Понятие квантили и критической точки. Функция одного случайного аргумента.</p> <p>Тема 9. Начальные и центральные моменты высших порядков. Функции случайных величин.</p> <p>Тема 10. Биномиальное распределение. Распределение Пуассона. Распределение Эрланга.</p> <p>Тема 11. Показательное распределение. Равномерное распределение. Нормальное распределение.</p> <p>Тема 12. Закон больших чисел: неравенство и теорема Чебышева, теоремы Бернулли и Ляпунова. Центральная предельная теорема.</p> <p>Тема 13. Математическая статистика. Модели случайных процессов. Статистические методы</p> | 4                                                              |

|  |  |  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |  |
|--|--|--|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--|
|  |  |  | <p>обработки экспериментальных данных.</p> <p>Тема 14. Генеральная совокупность. Выборка. Способы отбора, обеспечивающие репрезентативность выборки.</p> <p>Тема 15. Статистический ряд. Эмпирическое распределение. Полигон. Гистограмма. Среднее значение, разброс.</p> <p>Тема 16. Двумерные случайные величины. Интегральный и дифференциальный законы. Числовые характеристики. Условия независимости случайных величин. Нормальный закон распределения на плоскости. Нормальная корреляция.</p> <p>Тема 17. Элементы теории корреляции: корреляционный момент, коэффициент корреляции, регрессия. Корреляционное отношение.</p> |  |
|--|--|--|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--|

**Показатели и критерии оценивания компетенций,  
описание шкал оценивания**

| №<br>п/п | Код<br>контроли<br>руемой<br>компетен<br>ции | Показатель оценивания<br>(знания, умения, навыки)                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           | Контролируе<br>мые темы<br>учебной<br>дисциплины                                                                                                                                                                                                                       | Наименование<br>оценочного<br>средства                                                                                                                             |
|----------|----------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1        | УК-1                                         | <p><b>знать:</b> способы осуществления поиска, критического анализа и синтеза информации, системный подход для решения поставленных задач</p> <p><b>уметь:</b> осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач</p> <p><b>владеть навыками:</b> осуществления поиска, критического анализа и синтеза информации, системного подхода для решения поставленных задач</p> | <p>Тема 1.</p> <p>Тема 2.</p> <p>Тема 3.</p> <p>Тема 4.</p> <p>Тема 5.</p> <p>Тема 6.</p> <p>Тема 7.</p> <p>Тема 8.</p> <p>Тема 9.</p> <p>Тема 10.</p> <p>Тема 11.</p> <p>Тема 12.</p> <p>Тема 13.</p> <p>Тема 14.</p> <p>Тема 15.</p> <p>Тема 16.</p> <p>Тема 17.</p> | <p>опрос</p> <p>теоретического</p> <p>материала,</p> <p>выполнение</p> <p>практических</p> <p>работ,</p> <p>выполнение</p> <p>индивидуально</p> <p>го задания.</p> |

**Фонды оценочных средств по дисциплине  
«Теория вероятностей и математическая статистика»**

**Опрос теоретического материала (четвертый семестр)**

**Тема 1. Случайные события. Алгебра событий, классификация событий в терминах теории вероятностей и теории множеств. Элементы комбинаторного анализа.**

1. Что называется событием?
2. Какое событие называется случайным событием?
3. Пространство элементарных событий. Операции над событиями.
4. Какое событие называется достоверным событием?
5. Какое событие называется невозможным событием?
6. Какое событие называется равновозможным?
7. Какие события называются попарно несовместимые?
8. Какие события называются сложными?
9. Сумма, произведение, разность событий.
10. Полная группа событий. Противоположные события.
11. Основные формулы комбинаторики.

**Тема 2. Элементарная теория вероятностей и ее математические основы: различные подходы к определению вероятности события. Частота события.**

1. Что называется вероятностью случайного события?
2. Что называется относительной статистической частотой наступления события?
3. Что называется вероятностью события?
4. Что является мерой возможности появления события?
5. Что определяет средний процент появления события?
6. Статистический подход к понятию вероятности

**Тема 3. Классическое, статистическое определения вероятности. Геометрическая вероятность. Аксиомы вероятности.**

1. Классическое определение вероятности
2. Статистическое определение вероятности случайного события.
3. Аксиоматическое определение вероятности.
4. Основные свойства вероятности
5. В чем состоит различие между классическим и статистическим определениями вероятности?
6. Каковы условия существования статистической вероятности события  $A$ ?
7. Почему существует несколько определений вероятности?

**Тема 4. Теоремы сложения и умножения вероятностей. Условные вероятности. Формула полной вероятности. Формулы Байеса.**

1. Совместные и несовместные случайные события.
2. Условная вероятность.
3. Независимые события.

4. Вероятность наступления хотя бы одного из  $n$  событий, независимых в совокупности.
5. Сформулируйте теорему умножения событий.
6. Сформулируйте теорему сложения событий.
7. Дайте определение условной вероятности.
8. Формула полной вероятности.
9. Какие вероятности вычисляются по формуле Байеса?

**Тема 5. Последовательность независимых испытаний Бернулли. Формула Бернулли. Предельные теоремы в схеме Бернулли.**

1. В чем состоит формула Бернулли? Что называется сочетанием?
2. Чем сочетание отличается от размещения?
3. Чем отличаются локальная и интегральная теоремы Лапласа? В каких случаях они применяются?
4. Что называется наивероятнейшим числом?
5. Какие вероятности вычисляются по формуле Бернулли?

**Тема 6. Случайные величины. Формы закона распределения дискретной случайной величины и непрерывной случайной величины.**

1. Определение случайной величины.
2. Классическое и статистическое определение вероятности случайного события.
3. Свойства вероятности случайных событий.
4. Функция распределения случайной величины и ее свойства.
5. Какую случайную величину называют дискретной?
6. Какую случайную величину называют непрерывной?

**Тема 7. Основные числовые характеристики случайных величин: мода, медиана, математическое ожидание, дисперсия, их свойства.**

1. Что называют модой?
2. Что называют медианой?
3. Что называют математическим ожиданием?
4. Перечислите свойства математического ожидания.
3. Что называют математическим ожиданием дискретной случайной величины?
5. Что называют математическим ожиданием непрерывной случайной величины?
6. Что называется средним квадратическим отклонением?
7. Что называется дисперсией?
8. Перечислите свойства дисперсии.

**Тема 8. Теоретические начальные и центральные моменты. Понятие квантили и критической точки. Функция одного случайного аргумента.**

1. Что называют начальным моментом?
2. Что называют центральным моментом?
3. Что характеризуют моменты?
4. Какую функцию называют функцией надёжности?

5. Характеристическое свойство показательного закона надежности.

**Тема 9. Начальные и центральные моменты высших порядков. Функции случайных величин.**

1. Какую функцию называют функцией распределения?
2. Свойства функции распределения.
3. Что называют плотностью распределения вероятностей непрерывной случайной величины?
4. Что называют начальным теоретическим моментом порядка  $k$ ?
5. Что называют центральным теоретическим моментом порядка  $k$ ?
6. Связь между начальным и центральным теоретическим моментом.

**Тема 10. Биномиальное распределение. Распределение Пуассона. Распределение Эрланга.**

1. Какую случайную величину называют дискретной?
2. Что называют законом распределения дискретной случайной величины?
3. Что называют биномиальным законом распределения дискретной случайной величины?
4. Какая фигура называется многоугольником распределения?
5. Когда говорят, что случайная величина распределена по закону Пуассона?

**Тема 11. Показательное распределение. Равномерное распределение. Нормальное распределение.**

Какое распределение вероятностей непрерывной случайной величины называется равномерным?

Какое распределение вероятностей непрерывной случайной величины называется нормальным?

**Тема 12. Закон больших чисел: неравенство и теорема Чебышева, теоремы Бернулли и Ляпунова. Центральная предельная теорема.**

1. Какие условия применения закона больших чисел?
2. Сформулировать неравенство Чебышева.
3. Сформулировать теорему Чебышева.
4. Сформулировать теорему Бернулли.
5. Сформулировать теорему Ляпунова.
6. Сформулировать центральную предельную теорему.

**Тема 13. Математическая статистика. Модели случайных процессов. Статистические методы обработки экспериментальных данных.**

1. Что называется математической статистикой?
2. Что относятся к основным задачам математической статистики?
3. Что называется статистическим распределением выборки?
4. Что называется вариационным рядом?
5. Что называется выборкой?
6. Какие методы называются статистическими?

**Тема 14. Генеральная совокупность. Выборка. Способы отбора, обеспечивающие репрезентативность выборки.**

1. Что такое генеральная и выборочная совокупности?
2. Числовые характеристики генеральной и выборочной совокупностей.
3. Сущность выборочного метода.
4. Сущность теории оценивания. Точечные и интервальные оценки параметров.
5. Свойства точечных оценок.
6. Что такое статистическая гипотеза?
7. Нулевая и альтернативная гипотезы.
8. Статистический критерий. Критическая область.

**Тема 15. Статистический ряд. Эмпирическое распределение. Полигон. Гистограмма. Среднее значение, разброс.**

1. Что называется статистическим распределением выборки?
  2. Что называется полигоном частот?
  3. Что называется гистограммой частот?
  4. Какую функцию называют эмпирической функцией распределения?
  5. Для чего служит эмпирическая функция распределения выборки?
- Что называют оценками?

**Тема 16. Двумерные случайные величины. Интегральный и дифференциальный законы. Числовые характеристики. Условия независимости случайных величин. Нормальный закон распределения на плоскости. Нормальная корреляция.**

1. Какую функцию называют функцией двух случайных аргументов?
2. Чему равна вероятность попадания случайной точки в некоторую область для независимых случайных величин  $X$  и  $Y$ ?
3. Какую функцию называют функцией случайного аргумента?
4. Чем отличаются дискретные и случайные величины?
5. Что называют нормальной корреляцией?
6. Назовите условия независимости случайных величин.

**Тема 17. Элементы теории корреляции: корреляционный момент, коэффициент корреляции, регрессия. Корреляционное отношение.**

1. Что называется статистической зависимостью?
2. Что называется корреляционной зависимостью?
3. Что называется выборочным уравнением линейной регрессии случайной величины?
4. Что называется выборочным коэффициентом регрессии?
5. Какую таблицу называют корреляционной?
6. Что называют выборочным коэффициентом корреляции?
7. В чем состоит основная задача корреляционного анализа?

## Критерии и шкала оценивания по оценочному средству собеседование (устный/письменный опрос)

| Шкала<br>оценивания             | Критерий оценивания                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |
|---------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| отлично<br>(5)                  | Ответ полный и правильный на основании изученного материала. Выдвинутые положения аргументированы и иллюстрированы примерами. Материал изложен в определенной логической последовательности, с использованием научных терминов; ответ самостоятельный. Обучающийся уверенно отвечает на дополнительные вопросы.                                                                                                         |
| хорошо<br>(4)                   | Ответ полный и правильный, подтвержден примерами; но их обоснование не аргументировано. Материал изложен в определенной логической последовательности, при этом допущены 2-3 несущественные погрешности, исправленные по требованию экзаменатора. Материал изложен осознанно, самостоятельно, с использованием научных терминов. Обучающийся испытывает незначительные трудности в ответах на дополнительные вопросы.   |
| удовлетвори-<br>тельно<br>(3)   | Ответ недостаточно логически выстроен, самостоятелен. Основные понятия употреблены правильно, но обнаруживается недостаточное раскрытие теоретического материала. Выдвигаемые положения недостаточно аргументированы и не подтверждены примерами; ответ носит преимущественно описательный характер. Научная терминология используется недостаточно. Обучающийся испытывает достаточные трудности в ответах на вопросы. |
| неудовлетвори-<br>тельно<br>(2) | Ответ недостаточно логически выстроен, самостоятелен. Основные понятия употреблены неправильно, обнаруживается недостаточное раскрытие теоретического материала. Выдвигаемые положения недостаточно аргументированы и не подтверждены примерами; Научная терминология используется недостаточно. Обучающийся испытывает достаточные трудности в ответах на вопросы.                                                     |

## Практические работы (четвертый семестр)

Тема 1: Случайные события. Алгебра событий Частота события.

1. Устройство состоит из пяти элементов, из которых два изношены. При включении устройства включаются случайным образом два элемента. Найти вероятность того, что включенными окажутся неизношенные элементы.

2. В «секретном» замке на общей оси четыре диска, каждый из которых разделен на пять секторов, на которых написаны различные цифры. Замок открывается только в том случае, если диски установлены так, что цифры на них составляют определенное четырехзначное число. Найти вероятность того, что при произвольной установке дисков замок будет открыт.

3. При испытании партии приборов относительная частота годных приборов оказалась равной 0,9. Найти число годных приборов, если всего было проверено 200 приборов.

4. В коробке находится 10 шаров. 3 из них красные, 2 – зеленые, остальные белые. Найти вероятность того, что вынутый наугад шар будет красным, зеленым или белым.

5. В лотерее из 1000 билетов имеются 200 выигрышных. Вынимают наугад один билет. Чему равна вероятность того, что этот билет выигрышный?

6. В партии из 18 деталей находятся 4 бракованных. Наугад выбирают 5 деталей. Найти вероятность того, что из этих 5 деталей две окажутся бракованными.

7. На факультете изучается 16 предметов. На понедельник нужно в расписание поставить 3 предмета. Сколькими способами можно это сделать?

8. Из 15 объектов нужно отобрать 10 объектов. Сколькими способами это можно сделать?

9. Сколькими способами можно составить дозор из трех солдат и одного офицера, если имеется 80 солдат и 3 офицера?

10. В читальном зале имеется 6 учебников по теории вероятностей, из которых 3 в переплете. Библиотекарь наудачу взял 2 учебника. Найти вероятность того, что оба учебника окажутся в переплете.

Тема 2: Классическое, статистическое определения вероятности. Геометрическая вероятность. Аксиомы вероятности.

1. В сигнализатор поступают сигналы от двух устройств, причем поступление каждого из сигналов равновозможно в любой момент промежутка времени длительностью  $T$ . Моменты поступления сигналов независимы один от другого. Сигнализатор срабатывает, если разность между моментами поступления сигналов меньше  $t$  ( $t < T$ ). Найти вероятность того, что сигнализатор срабатывает за время  $T$ , если каждое из устройств пошлет по одному сигналу.

2. Два студента условились встретиться в определенном месте между 12 и 13 часами дня. Пришедший первым, ждет второго в течение  $\frac{1}{4}$  часа, после чего уходит. Найти вероятность того, что встреча состоится, если каждый студент наудачу выбирает момент своего прихода (в промежутке от 12 до 13 часов).

3. Брошены две игральные кости. Рассмотрим следующие события:

$A = \{\text{на обеих костях выпали равные очки}\};$

$B = \{\text{на первой кости выпали очки: 1, 2 или 3}\};$

$C = \{\text{на первой кости выпали очки: 4, 5 или 6}\}.$

Определить являются ли совместными и зависимыми попарно события  $A$  и  $B$ ,  $B$  и  $C$ .

4. В электрическую цепь последовательно включены три элемента, работающие независимо один от другого. Вероятности отказов первого, второго и третьего элементов соответственно равны:  $p_1 = 0,1$ ;  $p_2 = 0,15$ ;  $p_3 = 0,2$ . Найти вероятность того, что тока в цепи не будет.

5. В фирме 600 работников, 420 из них имеют высшее образование, а 340 - среднее специальное образование, 286 сотрудников имеют и высшее и среднее специальное образование. Чему равна вероятность того, что случайно выбранный работник имеет или среднее специальное, или высшее образование, или и то и другое?

6. Финансовый аналитик предполагает, что, если норма (ставка) процента упадет за определенный период, то вероятность того, что рынок акций будет расти в это же время, равна 0,60. Аналитик также считает, что норма процента может упасть за этот же период с вероятностью 0,50. Используя полученную информацию, определите вероятность того, что в течение обсуждаемого периода рынок акций будет расти, а норма процента падать?

7. Для компании, занимающейся строительством терминалов для аэропортов, вероятность получить контракт в стране  $A$ , равна 0,8, вероятность выиграть его в стране  $B$ , равна 0,3. Вероятность того, что контракты будут заключены и в стране  $A$ , и в стране  $B$ , равна 0,24. Чему равна вероятность того, что компания получит контракт хотя бы в одной стране?

8. Готовясь к зачету, студент выучил 20 из 30 вопросов программы. а) Какова вероятность того, что студент сдаст зачет, если для этого необходимо ответить на 2 случайно выбранных вопроса? Какова вероятность, что он не сдаст зачет?

Тема 3: Теоремы сложения и умножения вероятностей. Условные вероятности. Формула полной вероятности. Формулы Байеса.

1. Из полной колоды карт (52 шт.) одновременно вынимают четыре карты. Найти вероятность того, что среди этих четырех карт будет хотя бы одна бубновая или одна червонная карта.

2. В барабане револьвера находятся 4 патрона из шести в произвольном порядке. Барабан раскручивают, после чего нажимают на спусковой крючок два раза. Найти вероятности хотя бы одного выстрела, двух выстрелов, двух осечек.

3. Два стрелка стреляют по мишени. Вероятность попадания в мишень при одном выстреле для первого стрелка равна 0,7, а для второго – 0,8. Найти вероятность того, что при одном залпе в мишень попадает только один из стрелков.

4. Два стрелка стреляют по мишени. Вероятность попадания в мишень при одном выстреле для первого стрелка равна 0,7, а для второго – 0,8. Найти вероятность того, что при одном залпе в мишень попадает только один из стрелков.

5. Вероятность того, что взятая наугад деталь из некоторой партии деталей, будет бракованной равна 0,2. Найти вероятность того, что из трех взятых деталей 2 окажется не бракованными.

6. Вероятности того, что нужная деталь находится в первом, втором, третьем или четвертом ящике, соответственно равны 0,6, 0,7, 0,8, 0,9. Найти вероятности

того, что эта деталь находится: а) не более, чем в трех ящиках; б) не менее, чем в двух ящиках.

7. Вероятность того, что клиент банка не вернет заем в период экономического роста, равна 0,04, а в период экономического кризиса – 0,13. Предположим, что вероятность того, что начнется период экономического роста, равна 0,65. Чему равна вероятность того, что случайно выбранный клиент банка не вернет полученный кредит?

8. Два автомата производят одинаковые детали, которые поступают на общий конвейер. Производительность первого автомата вдвое больше производительности второго. Первый автомат производит в среднем 60% деталей отличного качества, а второй – 84%. Наудачу взятая с конвейера деталь оказалась отличного качества. Найти вероятность того, что эта деталь произведена первым автоматом.

Тема 4: Последовательность независимых испытаний Бернулли. Формула Бернулли. Предельные теоремы в схеме Бернулли.

1. Вероятность того, что расход электроэнергии в продолжение одних суток не превысит установленной нормы, равна  $p = 0,75$ . Найти вероятность того, что в ближайшие 6 суток расход электроэнергии в течение 4 суток не превысит нормы.

2. Два равносильных шахматиста играют в шахматы. Что вероятнее выиграть: две партии из четырех или три партии из шести (ничьи во внимание не принимаются)?

3. Найти вероятность того, что событие  $A$  наступит ровно 70 раз в 243 испытаниях, если вероятность появления этого события в каждом испытании равна 0,25.

4. Вероятность появления события в каждом из 100 независимых испытаний постоянна и равна  $p = 0,8$ . Найти вероятность того, что событие появится:

- а) не менее 75 раз и не более 90 раз;
- б) не менее 75 раз;
- с) не более 74 раз.

5. По цели производится 5 выстрелов. Вероятность попадания для каждого выстрела равна 0,4. Найти вероятность того, что в цель попали не менее трех раз.

6. Вероятность появления положительного результата в каждом из  $n$  опытов равна 0,9. Сколько нужно произвести опытов, чтобы с вероятностью 0,98 можно было ожидать, что не менее 150 опытов дадут положительный результат.

7. Найти вероятность того, что событие  $A$  наступит ровно 70 раз в 243 испытаниях, если вероятность появления этого события в каждом испытании равна 0,25.

8. Вероятность рождения мальчика равна 0,51. Найти вероятность того, что среди 100 новорожденных окажется 50 мальчиков.

Тема 5: Случайные величины. Формы закона распределения дискретной случайной величины и непрерывной случайной величины. Основные числовые характеристики случайных величин: мода, медиана, математическое ожидание, дисперсия, их свойства. Начальные и центральные моменты высших порядков.

1. Случайная величина  $X$  подчинена закону распределения с плотностью  $f(x)$ , причем

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x < 0, \\ a = (3x - x^2) & \text{при } 0 \leq x \leq 3, \\ 0 & \text{при } x > 3. \end{cases}$$

Требуется:

- 1) Найти коэффициент  $a$ ;
- 2) построить график распределения плотности  $y = f(x)$ ;
- 3) найти вероятность попадания  $X$  в промежуток  $(1; 2)$ .

2. Даны вероятности значений случайной величины  $X$ : значение 10 имеет вероятность 0,3; значение 2 – вероятность 0,4; значение 8 – вероятность 0,1; значение 4 – вероятность 0,2. Построить ряд распределения случайной величины  $X$ .

3. Устройство состоит из трех независимо работающих элементов. Вероятность отказа каждого элемента в одном опыте равна 0,1. Составить закон распределения числа отказавших элементов в одном опыте.

4. После ответа студента на вопросы экзаменационного билета экзаменатор задает студенту дополнительные вопросы. Преподаватель прекращает задавать дополнительные вопросы, как только студент обнаруживает незнание заданного вопроса. Вероятность того, что студент ответит на любой заданный дополнительный вопрос, равна 0,9. Требуется:

а) составить закон распределения случайной дискретной величины  $X$  – числа дополнительных вопросов, которые преподаватель задаст студенту;

б) найти наименьшее число  $k_0$  заданных студенту дополнительных вопросов.

5. Устройство состоит из 1000 элементов, работающих независимо один от другого. Вероятность отказа любого элемента в течение времени  $T$  равна 0,002. Найти вероятность того, что за время  $T$  откажут ровно три элемента.

6. Найти математическое ожидание случайной величины  $X$ , зная закон ее распределения

|     |     |     |      |      |     |
|-----|-----|-----|------|------|-----|
| $X$ | -1  | 0   | 1    | 2    | 3   |
| $p$ | 0,2 | 0,1 | 0,25 | 0,15 | 0,3 |

7. Найдем математическое ожидание случайных величин  $X$  и  $Y$ , зная законы их распределения

1)

|     |                |               |               |               |                |               |
|-----|----------------|---------------|---------------|---------------|----------------|---------------|
| $X$ | -8             | -4            | -1            | 1             | 3              | 7             |
| $p$ | $\frac{1}{12}$ | $\frac{1}{6}$ | $\frac{1}{4}$ | $\frac{1}{6}$ | $\frac{1}{12}$ | $\frac{1}{4}$ |

2)

|     |               |               |                |               |   |               |
|-----|---------------|---------------|----------------|---------------|---|---------------|
| $Y$ | -2            | -1            | 0              | 1             | 2 | 3             |
| $p$ | $\frac{1}{6}$ | $\frac{1}{6}$ | $\frac{1}{12}$ | $\frac{1}{3}$ | 0 | $\frac{1}{4}$ |

8. Дискретная случайная величина распределена по закону:

|     |     |     |     |     |
|-----|-----|-----|-----|-----|
| $X$ | -1  | 0   | 1   | 2   |
| $p$ | 0,2 | 0,1 | 0,3 | 0,4 |

Найти  $D(X)$ .

Тема 6: Биномиальное распределение. Распределение Пуассона. Распределение Эрланга. Показательное распределение. Равномерное распределение. Нормальное распределение. Закон больших чисел: неравенство и теорема Чебышева, теоремы Бернулли и Ляпунова. Центральная предельная теорема.

1. Найти математическое ожидание дискретной случайной величины  $X$ , заданной законом распределения:

а) 

|   |     |     |     |
|---|-----|-----|-----|
| X | -4  | 6   | 10  |
| P | 0,2 | 0,3 | 0,5 |

б) 

|   |      |      |      |
|---|------|------|------|
| X | 0,21 | 0,54 | 0,61 |
| P | 0,1  | 0,5  | 0,4  |

2. Найти дисперсию и среднеквадратическое отклонение дискретной случайной величины  $X$ , заданной законом распределения:

а) 

|   |     |     |      |
|---|-----|-----|------|
| X | 4,3 | 5,1 | 10,6 |
| P | 0,2 | 0,3 | 0,5  |

б) 

|   |       |      |      |      |
|---|-------|------|------|------|
| X | 131   | 140  | 160  | 180  |
| P | 0,005 | 0,10 | 0,25 | 0,60 |

3. Найти дисперсию дискретной случайной величины  $X$ , распределенной по закону Пуассона:

|   |                                                    |                                   |     |                                   |
|---|----------------------------------------------------|-----------------------------------|-----|-----------------------------------|
| X | 0                                                  | 1                                 | ... | K                                 |
| P | $e^{-\lambda} \cdot \lambda \cdot e^{-\lambda}/1!$ | $\lambda^2 \cdot e^{-\lambda}/2!$ | ... | $\lambda^k \cdot e^{-\lambda}/k!$ |

4. В осветительную сеть параллельно включено 20 ламп. Вероятность того, что за время  $T$  лампа будет включена, равна 0,8. Пользуясь неравенством Чебышева, оценить вероятность того, что абсолютная величина разности между числом включенных ламп и средним числом (математическим ожиданием) включенных ламп за время  $T$  окажется:

а) меньше трех;

б) не меньше трех.

5. Случайная величина  $X$  задана функцией распределения:

$$F(X) = \begin{cases} 0, & \text{при } x \leq -1, \\ \frac{3}{4} \cdot x + \frac{3}{4}, & \text{при } -1 < x \leq \frac{1}{3}, \\ 1, & \text{при } x > \frac{1}{3}. \end{cases}$$

Найти вероятность того, что в результате испытания величина  $X$  примет значение, заключенное в интервале  $(0, 1/3)$ .

6. Случайная величина  $X$  задана на всей оси  $Ox$  функцией распределения  $F(x) = 1/2 + (\arctg x)/\pi$ . Найти вероятность того, что в результате испытания величина  $X$  примет значение, заключенное в интервале  $(0, 1)$ .

7. Функция распределения непрерывной случайной величины  $X$  (времени безотказной работы некоторого устройства) равна  $F(x) = 1 - e^{-x/T}$  ( $x \geq 0$ ). Найти вероятность безотказной работы устройства за время  $x \geq T$ .

8. Дискретная случайная величина задана законом распределения

|   |     |     |     |     |
|---|-----|-----|-----|-----|
| X | 3   | 4   | 7   | 10  |
| P | 0,2 | 0,1 | 0,4 | 0,3 |

Найти функцию распределения и построить ее график.

Тема 7: Математическая статистика. Генеральная совокупность. Выборка. Способы отбора, обеспечивающие репрезентативность выборки. Статистический ряд. Эмпирическое распределение. Полигон. Гистограмма. Среднее значение, разброс.

1. Срок службы шестерен коробки передач зависит от следующих факторов: усталости материала в основании зуба, контактных напряжений и жесткости конструкции. Вероятность отказа каждого фактора в одном испытании не зависит от влияния остальных факторов и равна 0,1. Составить закон распределения числа отказавших факторов в одном испытании. Вычислить математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение случайной величины  $X$  – числа отказов факторов.

2. В магазине было продано за день 40 костюмов. Имеется вариационный ряд случайной величины  $X$ - размера костюма.

|       |    |    |    |    |    |    |
|-------|----|----|----|----|----|----|
| $x_i$ | 46 | 48 | 50 | 52 | 54 | 56 |
| $n_i$ | 2  | 5  | 9  | 13 | 8  | 3  |

Построить полигон относительных частот.

3. Стадо коров в 1000 голов обследуется на жирность молока. Для обследования случайным образом отобрано 50 коров. Объем генеральной совокупности  $N=1000$ . Объем выборки  $n=50$ .

При этом получено статистическое распределение:

|                     |     |     |     |     |     |    |     |     |     |
|---------------------|-----|-----|-----|-----|-----|----|-----|-----|-----|
| $x_i$ %<br>жирности | 3,5 | 3,6 | 3,7 | 3,8 | 3,9 | 4  | 4,1 | 4,2 | 4,3 |
| $n_i$               | 2   | 3   | 7   | 8   | 9   | 11 | 5   | 3   | 2   |

Составить ряд распределения относительных частот  $w_i$ . Записать статистическую функцию распределения  $F^*(x)$ .

Тема 8: Двумерные случайные величины. Условия независимости случайных величин. Нормальный закон распределения на плоскости. Нормальная корреляция.

1. Дискретные независимые случайные величины  $X$  и  $Y$  заданы распределениями:

|     |     |     |
|-----|-----|-----|
| $X$ | 1   | 3   |
| $P$ | 0,3 | 0,7 |

|     |     |     |
|-----|-----|-----|
| $Y$ | 2   | 4   |
| $P$ | 0,6 | 0,4 |

Найти распределение случайной величины  $Z = X + Y$ .

2. Независимые случайные величины  $X$  и  $Y$  заданы плотностями распределений:  $f_1(x) = \frac{1}{3} \cdot e^{-\frac{x}{3}}$ ,  $(0 < x < +\infty)$  и  $f_2(y) = \frac{1}{5} \cdot e^{-\frac{y}{5}}$ ,  $(0 < y < +\infty)$

3. Найти композицию этих законов, т.е. плотность распределения случайной величины  $Z=X+Y$ .

4. Задана плотность совместного распределения непрерывной двумерной случайной величины  $(X, Y)$ :

$$f(x, y) = \begin{cases} 4 \cdot x \cdot y \cdot e^{-x^2 - y^2}, & \text{при } x \geq 0, y \geq 0, \\ 0, & \text{при } x < 0 \text{ или } y < 0. \end{cases}$$

Найти: а) математические ожидания; б) дисперсии составляющих  $X$  и  $Y$ .

Тема 9: Элементы теории корреляции: корреляционный момент, коэффициент корреляции, регрессия. Корреляционное отношение.

1. Найти уравнение регрессии  $y$  на  $x$  и оценить тесноту корреляционной связи для случайных величин, приведенных в таблице:

| $X \backslash Y$ | 160 | 165 | 170 | 175 | 180 | 185 | $n_y$   |
|------------------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|---------|
| 60               | 5   | 1   | -   | -   | -   | -   | 6       |
| 65               | -   | 6   | 2   | -   | -   | -   | 8       |
| 75               | -   | -   | 5   | 40  | 5   | -   | 50      |
| 80               | -   | -   | 2   | 8   | 7   | -   | 17      |
| 90               | -   | -   | -   | 4   | 7   | 8   | 19      |
| $n_x$            | 5   | 7   | 9   | 52  | 19  | 8   | $n=100$ |

2. Доказать, что если  $X$  и  $Y$  связаны линейной зависимостью  $Y = a \cdot X + b$ , то абсолютная величина коэффициента корреляции равна единице.

3. Дана корреляционная таблица:

| $Y$         | $X$ |       |    |    |          | $\bar{x}_y$ |
|-------------|-----|-------|----|----|----------|-------------|
|             | 5   | 10    | 15 | 20 | $n_y$    |             |
| 10          | 2   | —     | —  | —  | 2        | 5           |
| 20          | 5   | 4     | 1  | —  | 10       | 8           |
| 30          | 3   | 8     | 6  | 3  | 20       | 12,25       |
| 40          | —   | 3     | 6  | 6  | 15       | 16          |
| 50          | —   | —     | 2  | 1  | 3        | 16,67       |
| $n_x$       | 10  | 15    | 15 | 10 | $n = 50$ |             |
| $\bar{y}_x$ | 21  | 29,33 | 36 | 38 |          |             |

Найти а)  $r_B$  б) выборочные уравнения прямых регрессии; в)  $\eta_{yx}$  и  $\eta_{xy}$ .

## Критерии и шкала оценивания по оценочному средству практическая работа

| Шкала<br>оценивания             | Критерий оценивания                                                                                                                                                                                                                                                                                   |
|---------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| отлично<br>(5)                  | Студент правильно выполнил задание. Показал отличные владения навыками применения полученных знаний и умений при решении профессиональных задач в рамках усвоенного учебного материала. Ответил на все дополнительные вопросы на защите.                                                              |
| хорошо<br>(4)                   | Студент выполнил задание с небольшими неточностями. Показал хорошие владения навыками применения полученных знаний и умений при решении профессиональных задач в рамках усвоенного учебного материала. Ответил на большинство дополнительных вопросов на защите.                                      |
| удовлетвори-<br>тельно<br>(3)   | Студент выполнил задание с существенными неточностями. Показал удовлетворительное владение навыками применения полученных знаний и умений при решении профессиональных задач в рамках усвоенного учебного материала. При ответах на дополнительные вопросы на защите было допущено много неточностей. |
| неудовлетвори-<br>тельно<br>(2) | При выполнении задания студент продемонстрировал недостаточный уровень владения умениями и навыками при решении профессиональных задач в рамках усвоенного учебного материала. При ответах на дополнительные вопросы на защите было допущено множество неточностей.                                   |

## Индивидуальные задания (четвертый семестр)

Тема 1. Основные теоремы теории вероятностей.

Задание 1. Из колоды в 36 карт наудачу одна за другой извлекают две карты. Найти вероятность того, что ими окажутся: а) две дамы; б) туз и дама; в) две карты трефовой масти?

Задание 2. Вероятность того, что покупатель, собирающийся приобрести компьютер и пакет прикладных программ, приобретет только компьютер, равна 0,65. Вероятность того, что покупатель купит только пакет программ, равна 0,15. Вероятность того, что будет куплен и компьютер, и пакет программ, равна 0,35. Чему равна вероятность того, что будет куплен или компьютер, или пакет программ, или компьютер и пакет программ вместе?

Задание 3. Аудиторская фирма размещает рекламу в журнале “Коммерсант”. По оценкам фирмы 55% людей, читающих журнал, являются потенциальными клиентами фирмы. Выборочный опрос читателей журнала показал также, что 70% людей, которые читают журнал, помнят о рекламе фирмы, помещенной в конце журнала. Оцените, чему равна доля людей, которые являются потенциальными клиентами фирмы и могут вспомнить ее рекламу?

Задание 4. Исследованиями маркетологов установлено, что мужчины и женщины по-разному реагируют на рекламу средств бытовой химии. Результаты исследований показали, что 64% женщин позитивно реагируют на такую рекламу, считая что она дает полезную информацию о новинках в этой сфере, в то время как 48% мужчин реагируют на подобную рекламу негативно. 12 женщин и 8 мужчин заполнили анкету, в которой оценили новую рекламу средств бытовой химии. Случайно извлеченная анкета содержит негативную реакцию. Чему равна вероятность того, что её заполняла женщина?

Задание 5. Компьютерная фирма разработала программу автоматизации учета в кафе и ресторанах. Рекламные материалы были разосланы в крупнейшие кафе и рестораны города, которые составляют 70% от общего числа предприятий питания города. Закупили программу 40% кафе и ресторанов, которые получили рекламные материалы и 15% не получавших ее. Какова вероятность того, что случайно выбранное кафе, заказало новую программу автоматизации учета?

Тема 2. Законы распределения дискретных случайных величин.

Задание 1. Нефтеразведывательная компания получила финансирование для проведения 7 нефтеразработок. Вероятность успешной нефтеразведки 0,2. Предположим, что нефтеразведки осуществляют независимые друг от друга разведывательные партии.

а) Составьте ряд распределения числа успешных нефтеразведок и постройте его график;

б) Найдите числовые характеристики этого распределения;

в) Запишите в общем виде функцию распределения вероятностей и постройте ее график;

г) Чему равна вероятность того, что как минимум три нефтеразведки принесут успех?

Задание 2. В салоне мобильной техники представлены 4 модели телефона Samsung, 5 моделей телефона Nokia и 6 моделей телефона Motorola. В течение дня

было продано 3 телефона.

- а) Составьте ряд распределения числа проданных телефонов Samsung и постройте его график;
- б) Найдите числовые характеристики этого распределения;
- в) Запишите в общем виде функцию распределения вероятностей и постройте ее график;
- г) Чему равна вероятность того, что в течение дня было продано как минимум два телефона Samsung?

Задание 3. Некоторый ресторан славится хорошей кухней. Управляющий ресторана утверждает, что в субботний вечер в течение получаса подходит в среднем 5 групп посетителей.

- а) Составьте ряд распределения возможного числа групп посетителей ресторана в течение получаса; постройте его график;
- б) Найдите числовые характеристики этого распределения;
- в) Запишите в общем виде функцию распределения вероятностей и постройте ее график;
- г) Чему равна вероятность того, что три или более групп посетителей придут в ресторан в течение 60-минутного промежутка времени?

Задание 4. В кредитном отделе банка работают 5 специалистов с высшим финансовым образованием и 3 специалиста с высшим юридическим образованием. Руководство банка решило направить 3 специалистов для повышения квалификации, отбирая их в случайном порядке.

- а) Составьте ряд распределения числа специалистов с высшим юридическим образованием, которые могут быть направлены на повышение квалификации и постройте его график;
- б) Найдите числовые характеристики этого распределения.
- в) Запишите в общем виде функцию распределения вероятностей и постройте ее график;
- г) Какова вероятность того, что повышать квалификацию будут не более двух специалистов с высшим юридическим образованием?

Задание 5. Для экспертной оценки качества растворимого кофе было отобрано 9 образцов разных производителей: 6 образцов фирмы Nestle и 3 образца фирмы Kraft Food. В результате проверки выяснилось, что 4 случайно выбранных образца соответствуют стандартам качества.

- а) Составьте ряд распределения числа образцов продукции фирмы Nestle, среди отобранных и постройте его график;
- б) Найдите числовые характеристики этого распределения;
- в) Запишите в общем виде функцию распределения вероятностей и постройте ее график;
- г) Чему равна вероятность того, что как минимум два образца фирмы Nestle соответствуют качеству?

Тема 3. Законы распределения непрерывных случайных величин.

Задание 1. Компьютерная система содержит 50 одинаковых микрочипов. Вероятность того, что любой микрочип будет работать в заданное время, равна 0,9. Для выполнения некоторой операции требуется, чтобы, по крайней мере, 30 микрочипов было в рабочем состоянии.

а) Чему равна вероятность того, что операция будет выполнена успешно?

б) Чему равна вероятность того, что будут работать 47 микрочипов?

Задание 2. Почтовое отделение быстро оценивает объем переводов в рублях, взвешивая почтовые отправления, полученные в течение каждого текущего рабочего дня. Установлено, что если вес почтовых отправлений составляет  $N$  кг, то объем переводов в рублях есть случайная величина, распределенная по нормальному закону со средним значением  $160N$  и стандартным отклонением  $20N$  руб. Найти вероятность того, что в день, когда вес почтовых отправлений составит 150 кг, объем переводов в рублях будет находиться в пределах:

а) от 21000 до 27000 руб.; б) более 28500 руб.; в) менее 22000 руб.

Задание 3. Менеджер крупного ресторана по опыту знает, что только 80% людей, сделавших заказ на вечер, придут в ресторан поужинать. В один из вечеров менеджер решил принять 60 заказов, хотя в ресторане было лишь 55 свободных столиков. Чему равна вероятность того, что более 55 посетителей придут на заказанные места?

Задание 4. Экзамен по математической статистике успешно сдают 75% студентов дневного отделения. Если на втором курсе факультета обучается 250 студентов, то какова вероятность того, что 203 студента сдадут экзамен успешно?

Задание 5. В отделе продаж страховой компании работают 45 сотрудников. Вероятность того, что сотрудник выполнит план по числу заключенных договоров, оценивается начальником отдела как 0,7. Какова вероятность того, что:

а) план выполнят как минимум 35 сотрудников?

б) план выполнят не более 30 сотрудников?

в) план выполнят 37 сотрудников?

Тема 4. Статистическая проверка гипотезы.

Задание 1. Компания, производящая средства для потери веса, утверждает, что прием таблеток в сочетании со специальной диетой позволяет сбросить в среднем в неделю 800 граммов веса. Случайным образом отобраны 25 человек, использующих эту терапию, и обнаружено, что в среднем еженедельная потеря в весе составила 830 граммов со средним квадратическим отклонением 250 граммов. Ответьте, правда ли, что потеря в весе составляет 800 граммов? Уровень значимости  $\alpha = 0,05$ .

Задание 2. Компания утверждает, что новый вид зубной пасты для детей лучше предохраняет зубы от кариеса, чем зубные пасты, производимые другими фирмами. Для проверки эффекта в случайном порядке была отобрана группа из 500 детей, которые пользовались новым видом зубной пасты. Другая группа из 600 детей, также случайно выбранных, в это же время пользовалась другими видами зубной пасты. После окончания эксперимента было выяснено, что у 30 детей, использующих новую пасту, и 35 детей из контрольной группы появились новые признаки кариеса. Имеются ли у компании достаточные основания для утверждения о том, что новый сорт зубной пасты эффективнее предотвращает кариес, чем другие виды зубной пасты? Принять уровень значимости  $\alpha = 0,05$ .

Задание 3. По оценкам оператора сотовой связи средняя длительность ежедневных звонков составляет 24 минуты на одного абонента. Выборочное обследование 100 абонентов показало, что среднечасовая длительность звонков составляет 30 минут. На уровне значимости  $\alpha = 0,05$  оцените статистическую

значимость различий выборочного обследования, если известно, что стандартное отклонение длительности звонков в генеральной совокупности составляет 3 минуты.

Задание 4. По оценкам финансовых аналитиков риск потери денежных средств для инвесторов арт - бизнеса составляет 17% в течение пяти лет. Среди 400 постоянных клиентов аукционного дома был проведен опрос, в ходе которого выяснилось, что 65 из них потеряли средства на вложениях в предметы искусства за последние пять лет. Можно ли утверждать, что оценки финансовых аналитиков совпадают с действительностью на уровне значимости  $\alpha = 0,01$ ?

Задание 5. Крупный коммерческий банк заказал маркетинговое исследование по выявлению эффекта «премирования» (калькулятор, набор ручек и др.), как стимула для открытия счета в банке. Для проверки случайным образом было отобрано 230 «премированных» посетителей и 200 «не премированных». В результате выяснилось, что 80% посетителей, которым предлагалась премия и 75% посетителей, которым не предлагалась премия, открыли счет в банке в течение 6 месяцев. Используя эти данные, проверьте гипотезу о том, что доля «премированных» посетителей, открывших счет в банке, статистически существенно отличается от удельного веса «не премированных» посетителей, открывших счет в банке. Принять уровень значимости  $\alpha = 0,01$ .

### Критерии и шкала оценивания по оценочному средству индивидуальное задание

| Шкала<br>оценивания             | Критерий оценивания                                                                                                                                                                                                                                                                                   |
|---------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| отлично<br>(5)                  | Студент правильно выполнил задание. Показал отличные владения навыками применения полученных знаний и умений при решении профессиональных задач в рамках усвоенного учебного материала. Ответил на все дополнительные вопросы на защите.                                                              |
| хорошо<br>(4)                   | Студент выполнил задание с небольшими неточностями. Показал хорошие владения навыками применения полученных знаний и умений при решении профессиональных задач в рамках усвоенного учебного материала. Ответил на большинство дополнительных вопросов на защите.                                      |
| удовлетвори-<br>тельно<br>(3)   | Студент выполнил задание с существенными неточностями. Показал удовлетворительное владение навыками применения полученных знаний и умений при решении профессиональных задач в рамках усвоенного учебного материала. При ответах на дополнительные вопросы на защите было допущено много неточностей. |
| неудовлетвори-<br>тельно<br>(2) | При выполнении задания студент продемонстрировал недостаточный уровень владения умениями и навыками при решении профессиональных задач в рамках усвоенного учебного материала. При ответах на дополнительные вопросы на защите было допущено множество неточностей.                                   |

## Оценочные средства для промежуточной аттестации.

### Вопросы к экзамену (четвертый семестр)

1. Предмет и основные определения теории вероятностей.
2. Совместные и несовместные события, полная группа событий, противоположные события.
3. Комбинаторика: размещение, сочетания, перестановки и перестановки с повторениями.
4. Классическое определение вероятности. Свойства вероятности, вытекающие из классического определения. Примеры.
5. Статистическое определение вероятности, его особенности и связь с классическим определением.
6. Теоремы сложения вероятностей.
7. Зависимые и независимые события. Условные и безусловные вероятности.
8. Теоремы умножения вероятностей.
9. Формула полной вероятности. Формулы Байеса.
10. Дискретные и непрерывные случайные величины. Закон распределения случайной величины и способы его задания.
11. Функция распределения случайной величины и ее свойства для дискретной и непрерывной случайных величин.
12. Математическое ожидание случайной величины. Его смысл и примеры.
13. Свойства математического ожидания.
14. Дисперсия и среднее квадратическое отклонение случайной величины. Их смысл и примеры вычисления.
15. Свойства дисперсии и среднего квадратического отклонения.
16. Начальные и центральные моменты. Асимметрия и эксцесс.
17. Формула Бернулли. Биномиальное распределение. Наивероятнейшее число наступления событий.
18. Формула Пуассона. Закон распределения редких событий.
19. Гипергеометрическое распределение.
20. Математическое ожидание, дисперсия и среднее квадратическое отклонение частоты и частости.
21. Непрерывные случайные величины. Дифференциальная и интегральная функции их распределения, их смысл и связь между ними.
22. Вероятность попадания случайной величины в заданный интервал. Вероятность того что непрерывная случайная величина примет точное наперед заданное значение.
23. Нормальное распределение. Плотность нормального распределения и ее свойства.
24. Нормированное (стандартное) нормальное распределение. Функция Лапласа: график, свойства, таблицы.
25. Функция нормального распределения случайной величины.
26. Вероятность попадания нормально распределенной случайной величины в заданный интервал.
27. Вероятность заданного отклонения нормальной случайной величины от своего математического ожидания. Правило трех сигм.

28. Равномерный закон распределения.
29. Показательный закон распределения.
30. Закон больших чисел. Понятие о теореме Чебышева. Значение теоремы Чебышева.
31. Закон больших чисел. Теорема Бернулли.
32. Вероятность отклонения частоты от вероятности, частоты от наивероятнейшего числа.
33. Понятие о центральной предельной теореме. Теорема Ляпунова.
34. Предмет и основные задачи математической статистики.
35. Понятие вариационного ряда. Дискретные и интервальные вариационные ряды. Накопленные частоты и частоты.
36. Графическое изображение вариационного ряда. Эмпирическая функция распределения.
37. Числовые характеристики вариационного ряда. Средняя арифметическая и ее свойства, мода и медиана. Квантили.
38. Показатели колеблемости: вариационный размах, среднее линейное отклонение, дисперсия, коэффициент вариации. Свойства дисперсии.
39. Моменты (начальные и центральные). Показатели асимметрии и эксцесса.
40. Генеральная совокупность и выборка. Сущность выборочного метода.
41. Повторная и бесповторная выборка. Ошибки регистрации и репрезентативности, предельная ошибка выборки.
42. Статистические оценки параметров распределения (сущность теории оценивания): несмещенность, состоятельность, эффективность оценок.
43. Точечная оценка генеральной средней по выборочной средней.
44. Точечная оценка генеральной дисперсии. “Исправленные” выборочная дисперсия и среднее квадратическое отклонение.
45. Интервальные оценки. Точность оценки. Доверительная вероятность.
46. Средняя ошибка выборки для средней и для доли.
47. Необходимая численность объема выборки.
48. Доверительные интервалы для оценки математического ожидания нормального распределения при известном среднем квадратическом отклонении.
49. Доверительные интервалы для оценки математического ожидания нормального распределения при неизвестном среднем квадратическом отклонении.
50. Оценка вероятности по частоты: точечная и интервальная.
51. Законы распределения Стьюдента, Пирсона, Фишера.
52. Статистическая проверка гипотезы. Статистическая гипотеза: нулевая и альтернативная, параметрическая и непараметрическая. Ошибки I и II рода.
53. Статистический критерий проверки нулевой гипотезы. Наблюдаемое значение критерия. Критическая область. Область принятия гипотезы. Критические точки. Отыскание правосторонней, левосторонней, двусторонней критических областей. Понятие мощности критерия.
54. Проверка гипотезы о нормальном распределении. Критерий согласия Пирсона.
55. Проверка гипотезы о числовом значении дисперсии генеральной совокупности. Проверка гипотезы о равенстве двух дисперсий нормально распределенных генеральных совокупностей.

56. Проверка гипотезы о равенстве двух средних нормально распределенных генеральных совокупностей с известными дисперсиями.

57. Проверка гипотезы о числовом значении генеральной средней нормально распределенной генеральной совокупности при известной и неизвестной генеральных дисперсиях.

58. Проверка гипотезы о равенстве двух средних нормально распределенных генеральных совокупностей при неизвестных равных дисперсиях.

59. Проверка гипотезы о числовом значении генеральной доли (о параметре биномиального закона распределения).

60. Проверка гипотезы о равенстве двух долей нормально распределенных генеральных совокупностей.

### **Задачи к экзамену (четвертый семестр)**

1. Издательство планирует выпустить в текущем году 6 различных учебников по статистике. Каким количеством способов можно выбрать 30 экземпляров, если в библиотеке университета должны быть представлены все виды изданных учебников по статистике?

2. Сколько различных «слов» можно составить из букв слова «колокол»?

3. Код банковского сейфа состоит из 8 цифр. Сколько можно составить различных кодовых комбинаций, если: а) цифры не повторяются? б) цифры повторяются?

4. В мореплавании принято давать сигналы, используя разноцветные флаги. Сколько сигналов можно составить, используя одновременно 8 флагов, из которых 1 красный, 2 синих, 3 зелёных и 2 белых?

5. В магазин бытовой техники поступила партия телевизоров: 20 телевизоров «Sony», 10 телевизоров «Panasonic» и 30 телевизоров «Samsung». Из партии случайным образом выбраны два телевизора для специального тестирования. Какова вероятность того, что а) один из них – телевизор «Samsung»? б) оба телевизора изготовлены одной фирмой?

6. В городе три коммерческих банка, оценка надежности, которых - 0,9, 0,7 и 0,6 соответственно. В связи с определением хозяйственных перспектив развития города администрацию интересуют ответы на следующие вопросы: а) какова вероятность того, что в течение года обанкротятся все три банка? б) не обанкротится хотя бы один банк? в) обанкротится только один банк? г) обанкротятся только два банка?

7. При покупке товаров на сумму, превышающую 500 рублей, покупателю предлагают билет беспроигрышной лотереи. В лотерее разыгрываются призы двух видов: 70 призов первого вида и 30 призов второго вида. Какова вероятность того, что первый покупатель, сделавший соответствующую покупку и получивший 3 лотерейных билета, станет обладателем: а) одинаковых призов? б) хотя бы двух призов первого вида? в) трех призов второго вида?

8. В командном зачете автогонок лидируют три команды. В случае если гоночный болид сойдет с трассы команда не получит зачетных очков. Эксперты оценивают вероятность схода болида первой команды как 0,1, второй – 0,15, третьей – 0,2. Определите вероятность того, что а) к финишу придут все болиды? б) хотя бы один болид? в) два болида сойдут с трассы?

9. В урне 12 белых, 5 красных и 3 черных шара. Наудачу вынимается три

шара. Найдите вероятность того, что а) все шары будут красными? б) хотя бы один шар будет черным? в) два шара будут белыми?

10. Игральная кость бросается трижды. Определить вероятность того, что: а) хотя бы один раз выпадет 5 очков; б) три раза выпадет 6 очков; в) два раза выпадет 3 очка.

11. Строительная фирма ищет краску определенного цвета. Курьер звонит в 4 строительных магазина. Вероятность наличия необходимой краски в первом магазине равна 0,9, во втором – 0,92, в третьем – 0,8, в четвертом – 0,7. Какова вероятность того, что а) хотя бы в одном магазине окажется краска нужного цвета? б) во всех магазинах окажется краска нужного цвета? в) ни в одном магазине не окажется краски нужного цвета?

12. Вероятность того, что новый товар будет пользоваться спросом на рынке, если конкурент не выпустит в продажу аналогичный продукт, равна 0,58. Вероятность того, что товар будет пользоваться спросом при наличии на рынке конкурирующего товара 0,32. Вероятность того, что конкурирующая фирма выпустит аналогичный товар на рынок в течение интересующего нас периода 0,24. Чему равна вероятность того, что товар будет иметь успех?

13. Вероятность того, что клиент банка не вернет заем в период экономического роста, равна 0,06, а в период экономического кризиса – 0,23. Предположим, вероятность того, что начнется период экономического роста, равна 0,79. Чему равна вероятность того, что случайно выбранный клиент банка не вернет полученный кредит?

14. Экономист-аналитик условно подразделяет экономическую ситуацию в стране на “хорошую”, “посредственную” и “плохую” и оценивает их вероятности для данного момента времени в 0,25, 0,60 и 0,15 соответственно. Некоторый индекс экономического состояния возрастает с вероятностью 0,7, когда ситуация “хорошая”; с вероятностью 0,2, когда ситуация “посредственная”, и с вероятностью 0,1, когда ситуация “плохая”. Пусть в настоящий момент индекс экономического состояния возрос. Чему равна вероятность того, что экономика страны на подъеме?

15. Керамическая плитка одной марки, цвета и размера выпускается двумя цехами завода: первый цех выпускает 60% плитки, а второй 40%. Причем известно, что 8% продукции первого цеха имеют дефекты, тогда как этот же показатель для второго цеха равен 5%. Случайно взятая плитка имеет дефект. Чему равна вероятность того, что она выпущена первым цехом?

16. Опрос показал, что из 26 студентов, обучающихся в первой группе 18 ростовчан, а остальные живут в других городах, во второй группе 17 студентов-ростовчан, а остальные 10 живут в других городах. Из второй группы в первую был переведен один студент. После перевода один студент первой группы был вызван в деканат и оказалось, что это студент ростовчанин. Какова вероятность того, что из второй группы в первую был переведен студент-ростовчанин?

17. Страховая компания делит , водителей, заключивших договор автокаско на следующие группы риска: 1 группа – низкий риск; 2 группа - средний; 3 группа – высокий риск. Среди клиентов страховой компании 25% - первой группы; 65% - второй группы; 10% - третьей группы. Вероятность того, что страховое событие произойдет и страховая компания будет вынуждена выплатить страховое возмещение для первой группы риска оценивается как 0,1; для второй группы – 0,2; для третьей – 0,3. Какова вероятность того, что случайно выбранный клиент,

получивший страховое возмещение, относится к группе среднего риска?

18. Работа сотрудников торгового зала супермаркета организована в две смены. В первой смене работают 5 мужчин и 7 женщин, во второй смене – 9 мужчин и 10 женщин. Из второй смены в первую был переведен один сотрудник. Во время работы первой смены клиент супермаркета пригласил сотрудника торгового зала для консультации. Консультировал клиента сотрудник – мужчина. Какова вероятность того, что из второй смены в первую была переведена женщина?

19. При производстве безалкогольных напитков специальный аппарат разливает определенное число унций ( $1 \text{ унция} = 28,3 \text{ г}$ ) напитка в стандартную ёмкость. Число разлитых унций подчиняется нормальному закону с математическим ожиданием, зависящим от настройки аппарата. Количество унций напитка, разлитых отдельным аппаратом, имеет стандартное отклонение  $\sigma = 0,4$  унции. Пусть ёмкости объёмом в 8 унций наполняются кока-колой. Сколько унций напитка должен в среднем разливать аппарат, чтобы не более 3% ёмкостей оказались переполненными?

20. Налоговая инспекция утверждает, что нарушения налогового законодательства характерны для 35% предприятий города. Тщательной проверке были подвергнуты 59 предприятий. Чему равна вероятность того, что доля предприятий – нарушителей будет отличаться от истинной доли более чем на 0,12?

21. Опрос 20 горожан показал, что среднемесячные расходы на покупку журналов и газет составляют 125 рублей с исправленным средним квадратическим отклонением 60 рублей. Постройте 99% доверительный интервал для оценки среднемесячных расходов на прессу горожан в генеральной совокупности.

22. Для определения среднего размера дневной выручки маршрутных такси города была произведена 10%-ная случайная бесповторная выборка из 1200 маршрутных такси. В результате были получены данные о средней дневной выручке, которая составила 5000 рублей. В каких пределах с доверительной вероятностью 0,95 может находиться средняя дневная выручка всех маршрутных такси города, если среднее квадратическое отклонение составило 650 рублей?

23. Главный бухгалтер большой корпорации провел обследование по данным прошедшего года с целью выяснения доли некорректных счетов. Из 2000 выбранных счетов в 25 оказались некорректные проводки. Для уменьшения доли ошибок он внедрил новую систему. Год спустя он решил проверить, как работает новая система, и выбрал для проверки в порядке случайного отбора 3000 счетов компании. Среди них оказалось 30 некорректных. Можно ли утверждать, что новая система позволила уменьшить долю некорректных проводок в счетах? Принять уровень значимости  $\alpha = 0,05$ .

24. На предприятии исследовалось изменение расхода сырья на производство продукции в условиях применения новой и старой технологий изготовления изделий. Выборочная дисперсия расхода сырья на изделие по новой технологии составила 124 кв.ед., а по старой – 189 кв.ед. Считая, что расход сырья на изделие по старой и новой технологии имеет нормальный закон распределения с одинаковыми дисперсиями, выяснить, существенны ли различия в вариации расхода сырья на изделие при использовании старой и новой технологий. Ответ дать на 1% уровне значимости, применив двухстороннюю альтернативную гипотезы, если  $n_1 = n_2 = 10$ .

**Критерии и шкала оценивания по оценочному средству  
промежуточный контроль (экзамен)**

| <b>Шкала<br/>оценивания</b>     | <b>Характеристика знания предмета и ответов</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |
|---------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| отлично (5)                     | Студент глубоко и в полном объеме владеет программным материалом. Грамотно, исчерпывающе и логично его излагает в устной или письменной форме. При этом знает рекомендованную литературу, проявляет творческий подход в ответах на вопросы и правильно обосновывает принятые решения, хорошо владеет умениями и навыками при выполнении практических задач. |
| хорошо (4)                      | Студент знает программный материал, грамотно и по сути излагает его в устной или письменной форме, допуская незначительные неточности в утверждениях, трактовках, определениях и категориях или незначительное количество ошибок. При этом владеет необходимыми умениями и навыками при выполнении практических задач.                                      |
| удовлетвори-<br>тельно<br>(3)   | Студент знает только основной программный материал, допускает неточности, недостаточно четкие формулировки, непоследовательность в ответах, излагаемых в устной или письменной форме. При этом недостаточно владеет умениями и навыками при выполнении практических задач. Допускает до 30% ошибок в излагаемых ответах.                                    |
| неудовлетвори-<br>тельно<br>(2) | Студент не знает значительной части программного материала. При этом допускает принципиальные ошибки в доказательствах, в трактовке понятий и категорий, проявляет низкую культуру знаний, не владеет основными умениями и навыками при выполнении практических задач. Студент отказывается от ответов на дополнительные вопросы.                           |

## Экспертное заключение

Представленный фонд оценочных средств (далее – ФОС) по дисциплине «Теория вероятностей и математическая статистика» соответствует требованиям ФГОС ВО.

Предлагаемые формы и средства текущего и промежуточного контроля адекватны целям и задачам реализации основной профессиональной образовательной программы по направлению подготовки 38.03.02 Менеджмент.

Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины представлены в полном объеме.

Виды оценочных средств, включенные в представленный фонд, отвечают основным принципам формирования ФОС.

Разработанный и представленный для экспертизы фонд оценочных средств рекомендуется к использованию в процессе подготовки бакалавров по указанному направлению подготовки.

Председатель учебно-методической  
комиссии Антрацитовского института  
геосистем и технологий



И.В. Савченко

### Лист изменений и дополнений

| <b>№<br/>п/п</b> | <b>Виды дополнений и<br/>изменений</b> | <b>Дата и номер протокола<br/>заседания кафедры (кафедр),<br/>на котором были рассмотрены<br/>и одобрены изменения и<br/>дополнения</b> | <b>Подпись (с<br/>расшифровкой)<br/>заведующего кафедрой<br/>(заведующих<br/>кафедрами)</b> |
|------------------|----------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------|
|                  |                                        |                                                                                                                                         |                                                                                             |
|                  |                                        |                                                                                                                                         |                                                                                             |
|                  |                                        |                                                                                                                                         |                                                                                             |
|                  |                                        |                                                                                                                                         |                                                                                             |
|                  |                                        |                                                                                                                                         |                                                                                             |
|                  |                                        |                                                                                                                                         |                                                                                             |
|                  |                                        |                                                                                                                                         |                                                                                             |
|                  |                                        |                                                                                                                                         |                                                                                             |
|                  |                                        |                                                                                                                                         |                                                                                             |
|                  |                                        |                                                                                                                                         |                                                                                             |